

**МПС РОССИИ  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОТКРЫТЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ**

---

31/13/10

Одобрено кафедрой  
«Транспортная связь»

**УТВЕРЖДЕНО**  
деканом факультета  
«Управление процессами перевозок»

## **ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ**

Методические указания к выполнению  
лабораторных работ  
для студентов IV курса  
специальности  
210700. АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНИКА И СВЯЗЬ  
НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ (АТС)

*Часть I*



Москва - 2001

Составитель канд.техн.наук, доц. **Ю.И. Таныгин**

Рецензент - проф. **Ю.П. Чеботарев**

Разложение сигнала на "простейшие" составляющие называют спектральным анализом или спектральным разложением. В тригонометрическом ряде Фурье в качестве "простейшей" функции принято синусоидальное (косинусоидальное) колебание одной частоты, называемое гармоническим. Поэтому составляющие ряда Фурье называют гармониками; имея в виду, что ряд состоит из гармоника, ..., вторая гармоника (первая гармоника, вторая гармоника, ...), так как интервал ортогональности (0, T) совпадает с периодом  $T = 2\pi/\omega_1$ , то коэффициенты ряда ортогональны в пределах интервала ортогональности  $(-T/2, T/2)$ .

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos k\omega_1 t dt; \quad \frac{2}{a_0} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt; \quad b_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin k\omega_1 t dt,$$

где коэффициенты  $a_k$  и  $b_k$  определяют как:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t),$$

получаем другую форму ряда Фурье:

$$C_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \arctg \frac{b_k}{a_k},$$

и

$$C_k \cos(k\omega_1 t - \varphi) = a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t$$

С учетом того, что

- спектр фаз или амплитудно-частотным спектром, а совокупность  $\{\varphi_k\}$  амплитуд или амплитудно-частотным спектром, а совокупность  $\{C_k\}$  называют спектром совокупности коэффициентов ряда  $\{C_k\}$  называют спектром тригонометрический ряд:  $x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\omega_1 t - \varphi_k)$ .

В качестве простейших ортогональных функций часто выби-

При увеличении членов ряда  $n$  к бесконечности ( $\infty$ ) погрешность отображения исходной функции  $x(t)$  становится сколь угодно малой. Такой ряд называют обобщенным рядом Фурье.

В качестве простейших ортогональных функций часто выбирают тригонометрический ряд:  $x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\omega_1 t - \varphi_k)$ .

Совокупность коэффициентов ряда  $\{C_k\}$  называют спектром амплитуд или амплитудно-частотным спектром, а совокупность  $\{\varphi_k\}$  - спектром фаз или фазово-частотным спектром.

С учетом того, что

$$C_k \cos(k\omega_1 t - \varphi) = a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t$$

и

$$C_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \arctg \frac{b_k}{a_k},$$

получаем другую форму ряда Фурье:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t),$$

где коэффициенты  $a_k$  и  $b_k$  определяют как:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos k\omega_1 t dt; \quad \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin k\omega_1 t dt.$$

Разложение сигнальной функции на "простейшие" составляющие называют спектральным анализом или спектральным разложением. В тригонометрическом ряде Фурье в качестве "простейшей" функции принято синусоидальное (косинусоидальное) колебание одной частоты, называемое гармоническим. Поэтому составляющие ряда Фурье называют гармониками; имея в виду, что ряд состоит из  $k$  кратных частот, т.е. кратных гармоник (первая гармоника, вторая гармоника, ..., сотая гармоника, ...). Так как интервал ортогональности  $(0, T)$  совпадает с периодом  $T = 2\pi/\omega_1$ , то коэффициенты ряда определены в пределах интервала ортогональности  $(-T/2, T/2)$ .



Коэффициенты  $a_k$  называют косинусной (нечетной),  $b_k$  - синусной (четной) составляющими.

1. Пример спектрального разложения периодического колебания типа "меандр" (рис. 1).

Меандр - греческое слово, обозначающее орнамент.

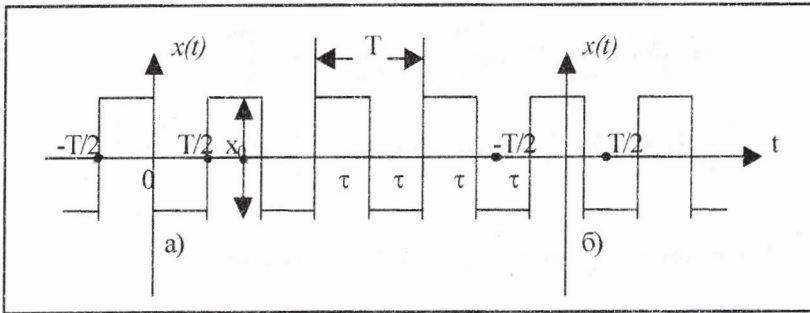


Рис. 1

$$x_a(t) = \begin{cases} +x_0 & \text{при } -\frac{T}{2} < t < 0 \\ -x_0 & \text{при } 0 \leq t < \frac{T}{2} \end{cases} ; \quad x_b(t) = \begin{cases} -x_0 & \text{при } -\frac{T}{2} < t < -\frac{T}{4} \\ +x_0 & \text{при } -\frac{T}{4} < t < \frac{T}{4} \\ -x_0 & \text{при } \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

Выбор начала координат а) или б) определит состав гармонического разложения: по четным или нечетным коэффициентам, в зависимости от вида функции  $x(t)$  в пределах  $(-T/2, T/2)$ . В случае выбора начала координат по а) функция  $x(t)$  оказывается нечетной, т.е.  $x(-T/2) = -x(T/2)$ , при этом в ряде Фурье остаются только члены  $b_k$ , определяемые нечетной функцией синуса. Составляющие  $a_k$  при этом равны нулю  $a_k = 0$ . В случае выбора начала координат по б) функция  $x(t)$  оказывается четной, и ряд Фурье будет определяться только составляющими  $a_k$ , ( $b_k = 0$ ). Постоянная составляющая, как видно из графика, равна нулю.

Для случая а):

$$\begin{aligned}
 b_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin k\omega_1 t dt = -\frac{2x_0}{T} \int_{-T/2}^0 \sin k\omega_1 t dt + \frac{2x_0}{T} \int_0^{T/2} \sin k\omega_1 t dt = \\
 &= \frac{2x_0}{T} \left\{ +\frac{1}{k\omega_1} \cos k\omega_1 t \Big|_{-T/2}^0 - \frac{1}{k\omega_1} \cos k\omega_1 t \Big|_0^{T/2} \right\} = \\
 &= \frac{2x_0}{k\omega_1 T} \left\{ 1 - \cos k\omega_1 \frac{T}{2} - \cos k\omega_1 \frac{T}{2} + 1 \right\} = \frac{4x_0}{k\omega_1 T} \left\{ 1 - \cos k \frac{\omega_1 T}{2} \right\}
 \end{aligned}$$

С учетом того, что  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$  и  $\omega_1 T = 2\pi$ , имеем:

$$b_k = \frac{4x_0}{k2\pi} \left( 1 - \cos k \frac{2\pi}{2} \right) = \frac{2x_0}{k\pi} (1 - \cos k\pi) = \begin{cases} 0 & \text{при } k = 0, 2, 4, 2n \\ \frac{2x_0}{k\pi} & \text{при } k = 1, 3, 5, \dots \end{cases}$$

Тогда ряд Фурье примет вид

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega_1 t = \frac{2x_0}{\pi} \left[ \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots \right],$$

или, с учетом  $\omega = 2\pi f$ , -

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2x_0}{\pi} \left[ \sin 2\pi f_1 t + \frac{1}{3} \sin 2\pi 3 f_1 t + \frac{1}{5} \sin 2\pi 5 f_1 t + \dots \right].$$

Полученный спектральный состав можно представить графически (рис.2).

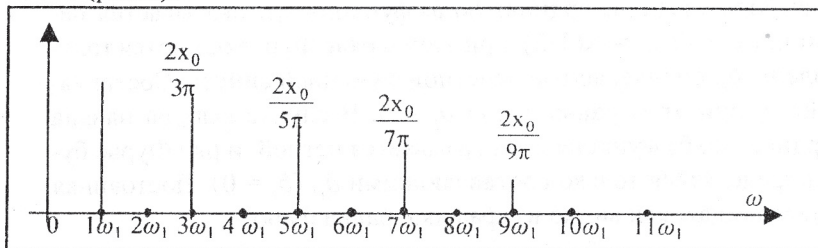


Рис. 2

Приведенный на рис. 2 график называют спектром.  
 Синтез исходной временной функции по спектральным составляющим понятен из рис. 3.

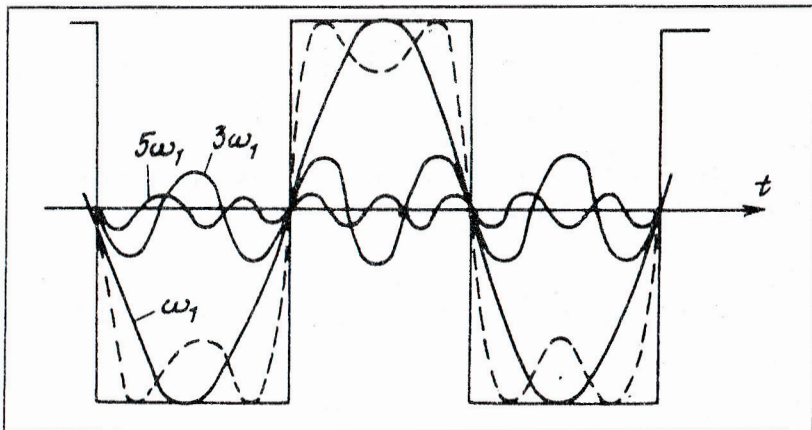


Рис.3

2. Спектральный состав периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов - рис. 4.

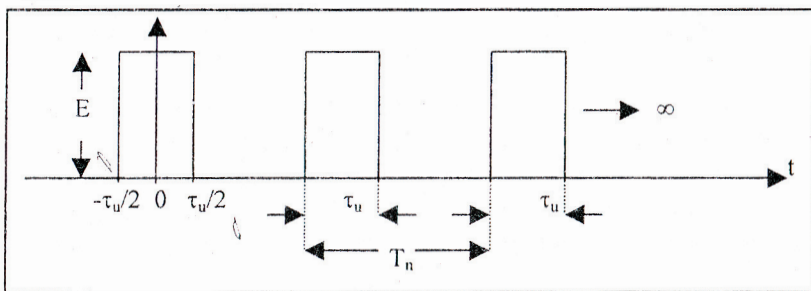


Рис. 4

На рис. 4:

$$x(t) = \begin{cases} E & \text{при } -\frac{\tau_u}{2} < t < \frac{\tau_u}{2} \\ 0 & \text{при остальных } t \text{ в пределах } T_n \end{cases};$$

$T_n$  - период повторения

$E$  - амплитуда импульса

$\tau_u$  - длительность

Отношение:  $N = T_n / \tau_u$  - называется скважностью.

Определим спектральный состав бесконечной последовательности видеоимпульсов. Найдем постоянную составляющую

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} E dt = E t \Big|_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} = E \frac{\tau_u}{T} = \frac{E}{N}.$$

Так как функция  $x(t)$  в пределах  $\tau_u$  - четная, то необходимо искать гармонические составляющие -  $a_k$  ( $b_k = 0$ )

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos k\omega_1 t dt = \frac{2}{T} \int_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} E \cos k\omega_1 t dt = \frac{2E}{k\omega_1 T} \sin k\omega_1 t \Big|_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} = \\ &= \frac{2E}{k\pi} \sin \frac{k\omega_1 \tau_u}{2}. \end{aligned}$$

Тогда ряд Фурье будет иметь вид

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_1 t = \frac{E}{N} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{2E}{k\pi} \sin \frac{k\omega_1 \tau_u}{2} \right] \cdot \cos k\omega_1 t.$$

Иследуем полученное выражение. Текущее непрерывное значение имеет только множитель  $\cos k\omega_1 t$ ; все остальные множители представляют собой численное выражение для спектральных составляющих, кратных  $\omega_1 = 2\pi/T$ . Выражение в квадратных скобках - это численное значение гармонических составляющих,

причем выражение  $\frac{1}{k} \sin(k\omega_1 \tau_u / 2)$  по переменной  $k$  представляет собой функцию  $\text{sinc } x = (\sin x)/x$  и соответствует огибающей гармонического ряда, которая обращается в ноль в точках частоты. Эти

точки можно найти из условия:  $\sin\left(k \frac{\omega \tau_u}{2}\right) = 0$ , что возможно, если  $\omega \tau_u / 2 = \pi$ , откуда  $\omega \tau_u = 2\pi$  и  $\omega = 2\pi / \tau_u$ . Тогда графическое отображение ряда Фурье будет иметь вид, представленный на рис. 5.

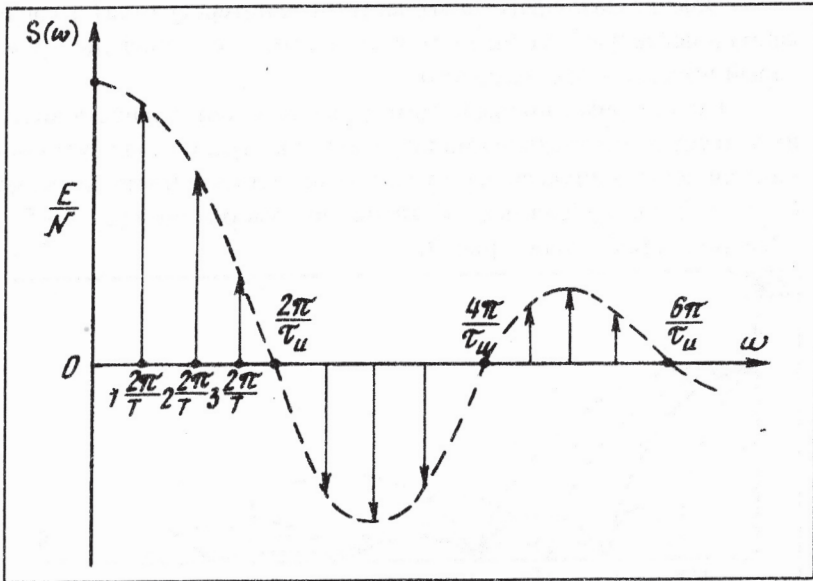


Рис. 5

Итак, спектральное разложение последовательности видеоимпульсов состоит из суммы дискретных гармонических составляющих, кратных  $2\pi/T$ , причем знаки гармоник в разных "лепестках" графика различаются на  $180^\circ$ , что демонстрирует изменение их фазы на  $\pi$  и создает фазовый спектр.

С учетом разделения общего спектра на амплитудно-частотный и фазо-частотный графики спектрального разложения можно изобразить иначе - рис. 6. Учтем также, что  $\omega = 2\pi f$ , и перейдем к герцовой частоте -  $f$ ):

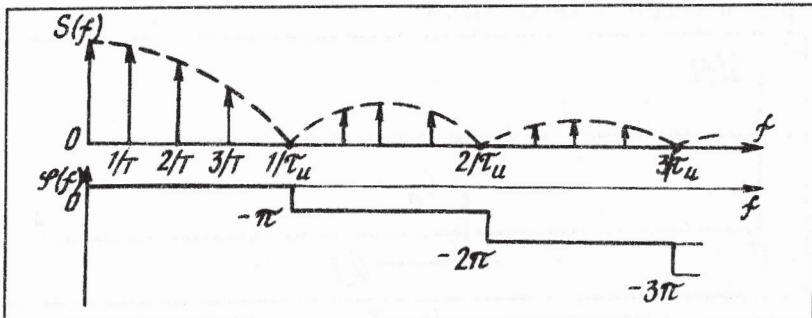


Рис. 6

Обычно фазо-частотным спектром не интересуются (его опускают) и исследуют, в основном, амплитудно-частотный спектр, который называют просто спектром.

Рассмотрим влияние параметров последовательности видеоимпульсов на показатели амплитудного спектра. Сначала изменим длительность импульса. При увеличении длительности импульса ( $\tau_{u2} = 2\tau_{u1}$ ) спектр "сжимается" вдвое, при укорочении ( $\tau_{u3} = 0,5\tau_{u1}$ ) - "расширяется" вдвое - рис. 7.

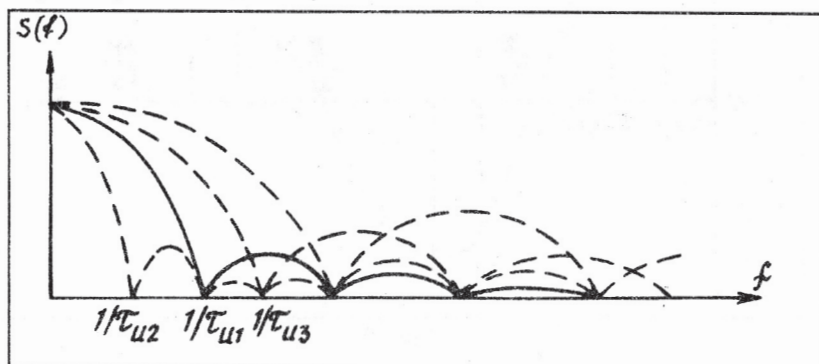


Рис. 7

Если в пределе длительность импульса устремить к нулю  $\tau_u \rightarrow 0$  (это принятый в математике единичный импульс, у которого длительность  $\tau_u \rightarrow 0$ , а площадь остается равной единице  $S = 1$ , обозначают этот импульс  $\delta(t_0)$  - дельта-импульс), то спектральный состав первого «лепестка» спектра импульса расширяется до бесконечности, превращаясь в равномерный спектр от 0 до  $\infty$  со спектральной плотностью  $G_0$  (рис. 8).

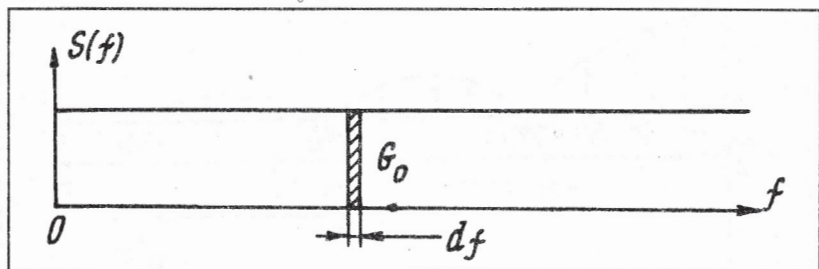


Рис. 8



С другой стороны, при увеличении длительности импульса в пределе до бесконечности  $\tau_u \rightarrow \infty$ , получаем просто постоянный ток, спектральный состав которого выражается одним единственным значением на частоте  $\omega = 0$ , т.е. значением постоянной составляющей.

Теперь будем изменять период повторения.

Увеличим период вдвое, количество спектральных составляющих увеличится также вдвое, а расстояние по частоте сократится вдвое (рис. 9).

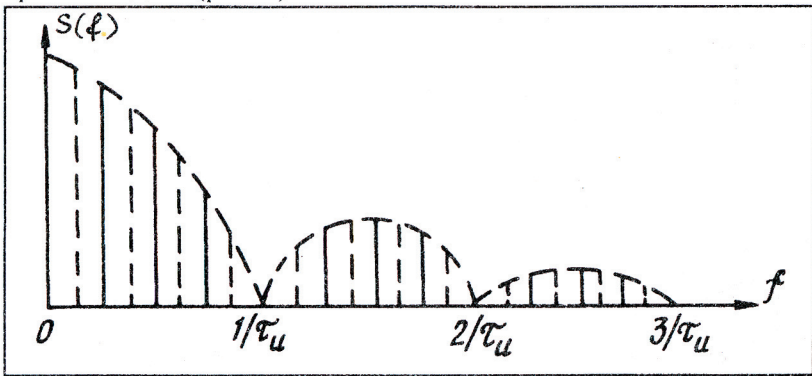


Рис. 9

Уменьшение периода повторения приводит к увеличению расстояния между дискретными гармониками. Уменьшим период повторения до величины  $T = 2\tau_u$ , что приведет к колебанию типа "мемандр", и построим для него спектр (рис. 10).

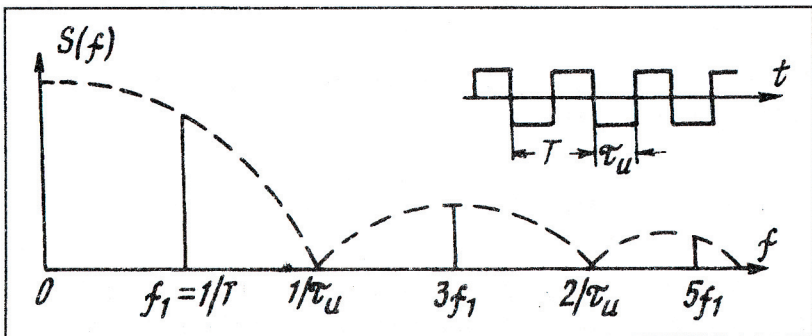


Рис. 10

Получили спектр, состоящий из нечетных гармоник (четные гармоники приходятся на нули огибающей спектры), т.е. имеем уже найденный выше другим путем спектр.

Теперь устремим период повторения видеоимпульсов в  $\infty$ , и определим понятие единичного импульса. Спектральные составляющие постепенно сближаются и в пределе сливаются в сплошной спектр, который характеризуется спектральной плотностью, т.е. энергией спектра, приходящейся на элемент текущего значения частоты  $df$ .

Спектральный состав одиночного импульса вырождается в функцию (рис. 11):

$$S(\omega) = A_0 \tau_u \frac{\sin(\omega \tau_u / 2)}{(\omega \tau_u / 2)} = A_0 \tau_u \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega \tau_u}{2}\right).$$

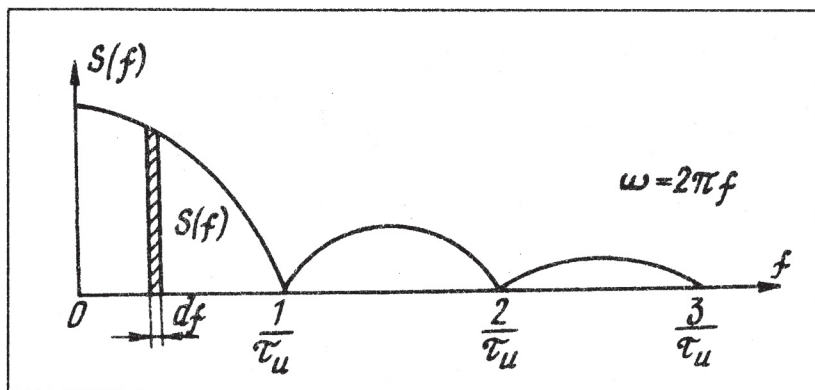


Рис. 11

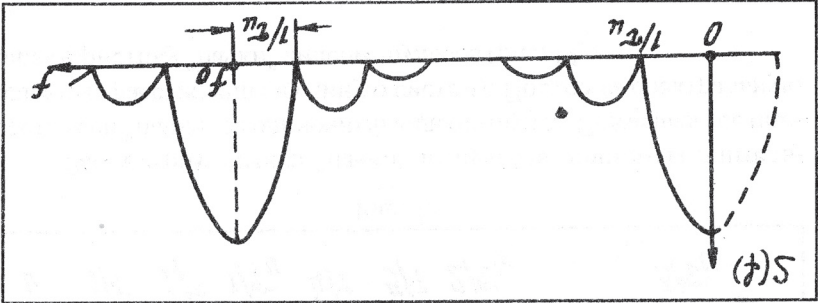
При этом ряд Фурье переходит в интеграл. Получаем прямое и обратное преобразования Фурье:

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt ; S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega .$$

Рассмотрим ситуацию, когда последовательность видеоимпульсов ограничена, т.е. сигнал представлен в виде "пачки" импульс-

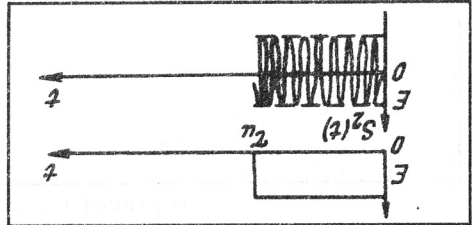


Рис. 16



В соответствии с теоремой переноса спектра:  $S_z(\omega_0) = S_1(f_0 - f)$  - рис. 16.

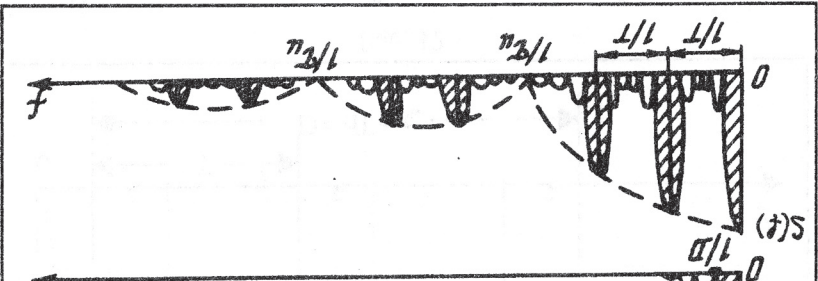
Рис. 15



$$S_2(t) = \begin{cases} E \cos \omega_0 t & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{при остальных } t \end{cases}$$

И, наконец, рассмотрим спектральное разложение радиомпульса-сов, которое отличается от видеопульса наличием заполнения несущим гармоническим колебанием частотой  $f_0$  внутри импульса. Теперь видеопульс играет роль огибающей для радиопульса (рис. 15)

Рис. 14



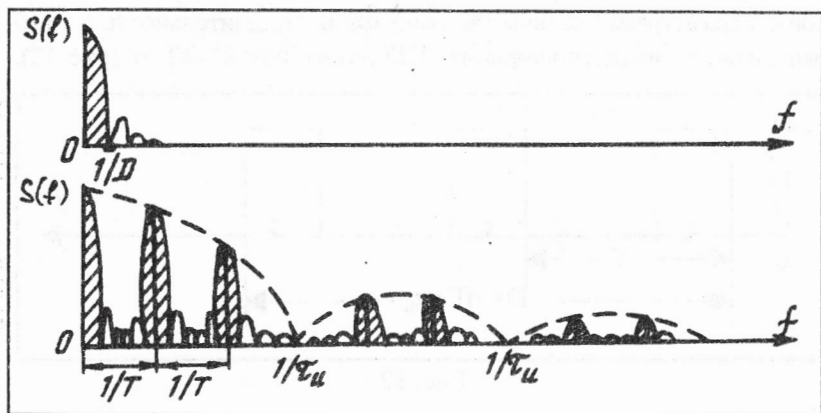
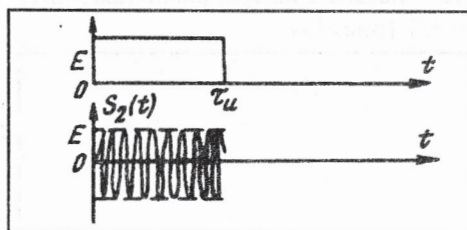


Рис. 14

И, наконец, рассмотрим спектральное разложение радиоимпульсов, которое отличается от видеоимпульса наличием заполнения несущим гармоническим колебанием частотой  $f_0$  внутри импульса. Теперь видеоимпульс играет роль огибающей для радиоимпульса (рис. 15)



$$S_2(t) = \begin{cases} E \cos \omega_0 t & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0 & \text{при остальных } t \end{cases}$$

Рис. 15

В соответствии с теоремой переноса спектра:  $S_2(\omega_0) = S_1(f_0 \cdot f)$  - рис. 16.

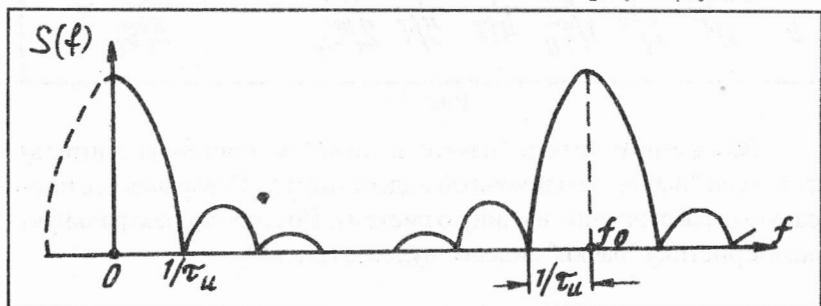


Рис. 16

Поскольку преобразование Фурье действует в пределах частот от  $\omega = -\infty$  до  $\omega = +\infty$  (а мы исследуем только область положительных частот спектра, удваивая его энергию за счет несуществующей "отрицательной" полосы) спектр, перенесенный на несущие колебания с частотой  $-\omega_0$  занимает область и справа, и слева от значения несущей, как и следует из математически точного расчета спектра. Полоса занимаемых частот при этом удваивается.

### 3. Спектральный состав амплитудно-модулированного колебания - рис. 17.

Амплитудно-модулированное колебание (АМ) получают в результате воздействия на несущее колебание частотой  $\omega_0$  полезным сигналом модуляции, представляющим собой передаваемую информацию  $x(t)$ .

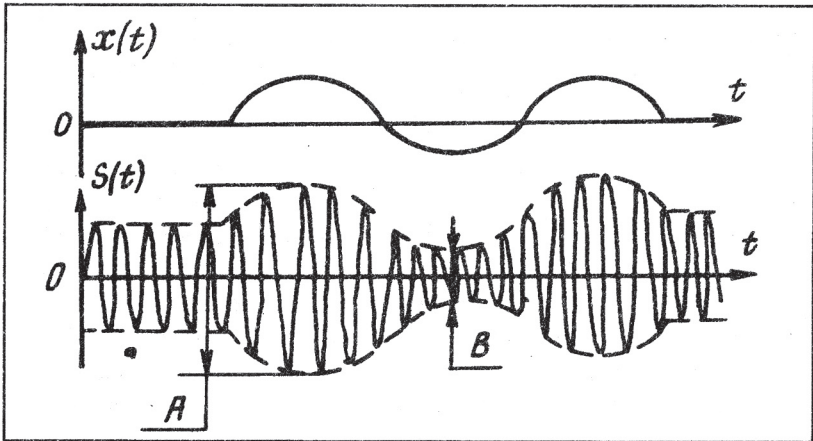


Рис. 17

Преобразуем выражение для  $S(t)$ , раскрыв скобки:

$$S(t) = A_0 [1 + m \cos \Omega t] \cos \omega_0 t = A_0 \cos t + A_0 m \cos \Omega t \cos \omega_0 t =$$

$$= A_0 \cos \omega_0 t + \frac{A_0 m}{2} [\cos (\omega_0 + \Omega)t + \cos (\omega_0 - \Omega)t] =$$

$$= A_0 \cos \omega_0 t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 + \Omega)t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 - \Omega)t.$$

Здесь:

$$0 \leq m \leq 1 \quad m = \frac{A+B}{A-B} 100\%$$

Исследуя полученное выражение замечаем, что оно состоит из трех гармонических составляющих, каждая на своей частоте:  $\omega_0$ ,  $\omega_0 + \Omega$ ,  $\omega_0 - \Omega$ .

Построим графически полученное спектральное распределение составляющих: рис. 18.

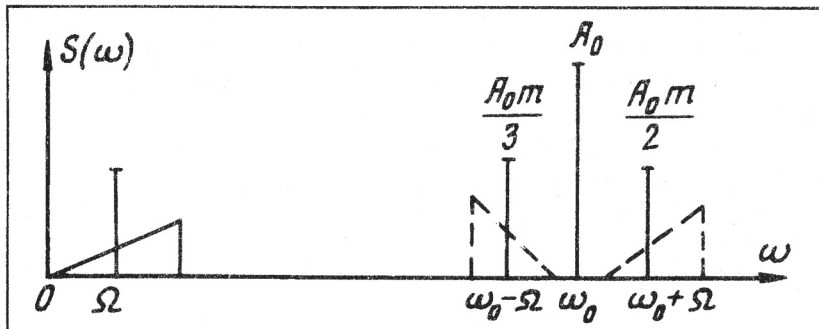


Рис. 18

В случае модуляции несущей не гармоническим (тональным), а более сложным сигналом в полосе частот получаем спектр (обозначен пунктиром), состоящий из несущей и двух боковых полос. Несущее колебание на частоте  $\omega$ , имеет амплитуду  $A_0$ , боковые составляющие при максимальном значении глубины модуляции  $m = 1$  не превышают значения  $A_0/2$ . Несущее колебание имеет максимальную амплитуду, однако, не несет никакой полезной информации, поэтому в некоторых системах связи для экономии излучаемой энергии несущую можно не передавать - это системы БМ (балансной модуляции). Несущая необходима только при детектировании в качестве опорного колебания, относительно которого отсчитывают частоты боковых, поэтому при БМ ее восстанавливают в приемнике по небольшому пилот-сигналу или по известному кварцованному значению несущей. Обе боковые полосы несут информацию о модулирующем информационном сигнале, располагаясь по частоте зеркально относительно несущего колебания. Для экономии энергии излучения и снижения занимаемой полосы частот можно передавать только одну боковую полосу - такая модуляция называется амплитудной с одной боковой полосой - АМ с ОБП.

#### 4. Спектральный состав сигналов с угловой модуляцией.

Несущее колебание  $x(t)$  может передавать полезную информацию изменением частоты или фазы

$$S(t) = A_0 \cos \psi(t) = A_0 \cos[\omega(t)t + \varphi(t)] .$$

Рассмотрим частотно-модулированный сигнал (положим  $\varphi(t) = 0$ )

$\omega(t) = \omega_0[1 + m_\omega x(t)]$ . По аналогии с АМ здесь:

$\omega_0$  - частота несущего колебания;

$m_\omega = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$   $\Delta\omega$  - максимальное отклонение частоты, или девиация.

Значение углового аргумента несущего колебания связано с меняющейся частотой

$$\psi = \int_0^t \omega(t) dt + \psi_0 . \text{ Примем } \psi_0 = 0 .$$

Тогда выражение для частотной модуляции примет вид

$$\begin{aligned} S(t) &= A_0 \sin \psi = A_0 \sin \left[ \int_0^t \omega(t) dt \right] = A_0 \sin \left\{ \int_0^t \omega_0 [1 + m_\omega x(t)] dt \right\} = \\ &= A_0 \sin \left\{ \int_0^t \omega_0 dt + \int_0^t \omega_0 m_\omega x(t) dt \right\} = A_0 \sin \left\{ \omega_0 t + \omega_0 m_\omega \int_0^t x(t) dt \right\} . \end{aligned}$$

Как и ранее, в качестве простейшего модулирующего сигнала, представляющего полезную информацию, примем гармонический (тональный) низкочастотный сигнал:

$$x(t) = \cos \Omega t, \quad \Omega \ll \omega_0 .$$

Получим новое выражение для частотной модуляции

$$\begin{aligned} S(t) &= A_0 \sin \left[ \omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t \cos \Omega t dt \right] = A_0 \sin \left[ \omega_0 t + \Delta\omega \frac{1}{\Omega} \sin \Omega t \right] = \\ &= A_0 \sin [\omega_0 t + M \sin \Omega t] . \end{aligned}$$

Здесь:  $M = \frac{\Delta\omega}{\Omega}$  - индекс модуляции, показывающий максимальное отклонение частоты несущего колебания при заданном (обычно 1000 Гц) значении частоты модулирующего колебания.

Преобразуем выражение для частотной модуляции (для синуса суммы двух углов):

$$S(t) = A_0 \sin \omega_0 t \cdot \cos[M \sin \Omega t] + A_0 \cos \omega_0 t \cdot \sin[M \sin \Omega t] .$$

$$\text{Здесь: } \cos[M \sin \Omega t] = J_0(M) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(M) \cos 2k\Omega t ;$$

$$\sin[M \sin \Omega t] = 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k-1}(M) \sin(2k-1)\Omega t ,$$

где  $J_n(M)$  - формула Бесселя n-го порядка от аргумента - М. График нормированных функций Бесселя приведен на рис. 19 (см. табл. 1).

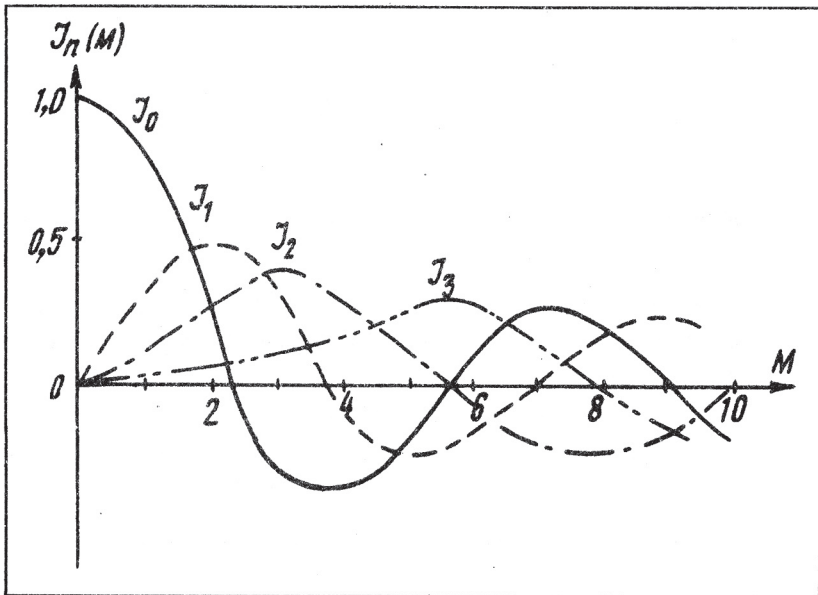


Рис. 19



Таблица 1

M	$J_0$	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
0,0	+ 1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,5	+ 0,94	+ 0,24	+ 0,01	+ 0,00	+ 0,00
1,0	+ 0,76	+ 0,44	+ 0,11	+ 0,02	+ 0,002
2,0	+ 0,22	+ 0,58	+ 0,35	+ 0,13	+ 0,003
3,0	- 0,26	+ 0,34	+ 0,48	+ 0,31	+ 0,13
4,0	- 0,39	- 0,06	+ 0,36	+ 0,43	+ 0,28
5,0	- 0,18	- 0,33	+ 0,04	+ 0,36	+ 0,39
10,0	- 0,25	+ 0,04			

Сигнал частотной модуляции представляется рядом:

$$S(t) = A_0 \left\{ J_0(M) \sin \omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(M) [\sin(\omega_0 + k\Omega)t + (-1)^k \sin(\omega_0 - k\Omega)t] \right\}.$$

При этом спектральный состав ЧМ колебания оказывается достаточно сложным. Он состоит из несущей и  $M$  (примерно) составляющих по частоте слева и справа от несущего колебания (рис. 20).

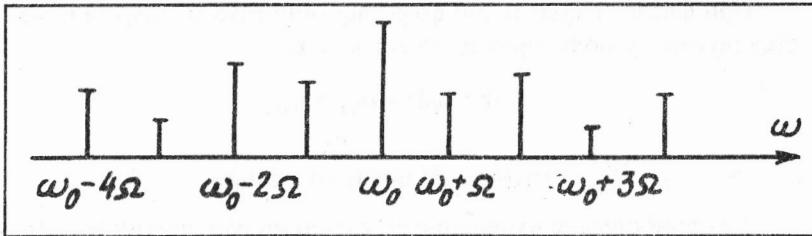


Рис. 20

Здесь не учтены знаки дискретных составляющих (они чередуются в нижней части спектра). Ширина спектра примерно в  $M$  раз больше ширины спектра АМ. При малом индексе модуляции  $M < 1$  спектр ЧМ - колебания почти совпадает со спектром АМ (отличие - фаза гармонической составляющей ( $\omega - \Omega$ ) имеет сдвиг на  $-\pi$ ), так как составляющие с  $J_2$  и далее относительно малы. С увеличением  $M$  количество составляющих спектра растет. Если ограничиться составляющими, большими  $(0,05 - 0,1)A_0$ , то ширину спектра можно принять за  $2(\Delta\omega + \Omega)$ .

При значительных  $M \gg 1$  ширину спектра можно принять за  $2\Delta\omega$  (она практически не зависит от  $\Omega$ , т.к.  $\Delta\omega \gg \Omega$ ) - рис. 21.

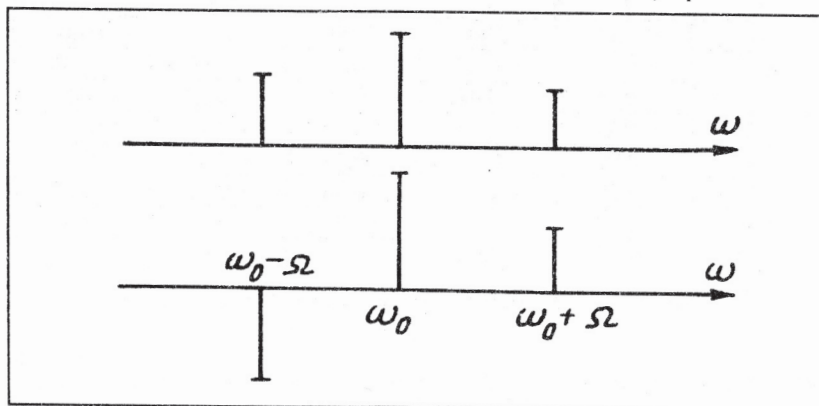


Рис. 21

### 5. Фазомодулированный гармонический сигнал

$$S(t) = A_0 \sin[\omega_0 t + \varphi(t)].$$

При фазовой модуляции фаза гармонического сигнала изменяется по закону модулирующего сигнала  $x(t)$

$$\varphi(t) = \varphi_0 [1 + m_\varphi(x)],$$

где:  $m_\varphi = \frac{\Delta\varphi}{\varphi_0}$  - глубина фазовой модуляции;

$\Delta\varphi$  - наибольшее изменение фазы при модуляции (индекс фазовой модуляции).

Сигнал с фазовой модуляцией можно представить следующим образом:

$$S(t) = A_0 \sin[\omega_0 t + \varphi_0 m_\varphi x(t) + \varphi_0].$$

Так как мгновенное значение частоты является производной от фазы по времени:  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  то при фазовой модуляции оно может



быть представлено в виде  $\omega(t) = \omega_0 + \varphi_0 m_\varphi \frac{dx(t)}{dt}$ , т.е. фазомодулированный сигнал эквивалентен сигналу с частотной модуляцией с модулирующим сигналом  $dx(t)/dt$ .

В случае, когда в качестве модулирующего полезного сигнала принимаем гармонический низкочастотный сигнал  $x(t) = \cos \Omega t$  ( $\Omega \ll \omega_0$ ), полная фаза фазомодулированного сигнала определяется равенством  $\varphi(t) = \omega_0 t + \varphi_0 m_\varphi \cos \Omega t + \varphi_0$ , а фазомодулированный сигнал - выражением

$$S(t) = A_0 \sin [\omega_0 t + \varphi_0 m_\varphi \cos \Omega t + \varphi_0].$$

Мгновенное значение частоты фазомодулированного сигнала:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_0 - \Delta\varphi\Omega \sin \Omega t = \omega_0 - \omega_b \sin \Omega t,$$

где  $\omega_b = \Delta\varphi\Omega$  - девиация частоты ФМ колебания.

При гармоническом модулирующем сигнале выражения для ЧМ и ФМ колебаний совпадают, по внешнему виду их нельзя различить. Однако при изменении частоты модуляции  $\Omega$  проявляется различие между ЧМ и ФМ сигналами.

При частотной модуляции девиация частоты -  $\Delta\omega$  зависит только от амплитуды модулирующего информационного сигнала и не зависит от частоты модуляции -  $\Omega$ . Индекса  $M$  убывает с ростом  $\Omega$ .

При фазовой модуляции индекс модуляции определяется выражением  $M = \Delta\omega/\Omega = \Delta\varphi$ , т.е. зависит только от амплитуды модуляции (рис. 22)

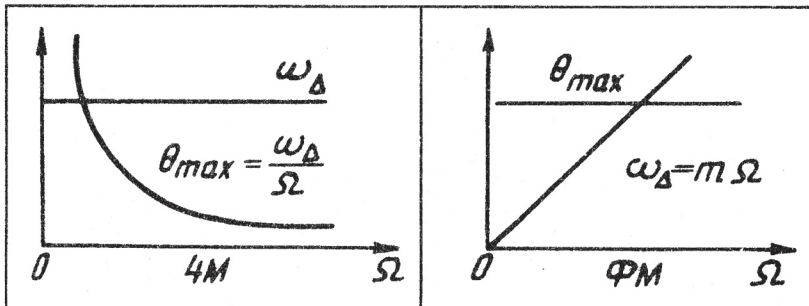


Рис. 22

В общем случае спектр ФМ сигнала имеет вид такой же, как и ЧМ сигнала при модуляции гармоническим сигналом.

При малом индексе фазовой модуляции  $M < 1$  спектр содержит несущую и две боковые составляющие с частотами  $\omega - \Omega$  и  $\omega + \Omega$ . При  $M \gg 1$  практическая ширина спектра  $2\Delta\omega$ , но зависит как от амплитуды, так и от частоты модулирующего сигнала, в то время как при частотной модуляции ширина спектра зависит только от амплитуды модулирующего сигнала.

Практическая ширина спектра ЧМ и ФМ колебаний примерно в  $M$  раз больше ширины спектра АМ сигнала при такой же частоте модуляции.

### 6. Аппаратурное определение амплитудно-частотных спектров.

Исследование спектров возможно при последовательном фильтровом анализе, для чего необходимо узкополосный фильтр (анализирующий) перестраивать по частоте, одновременно перемещая по экрану выпрямленное продетектированное напряжение АФ (рис. 23).

Функциональная схема спектрального затвора представлена на рис. 23. Входное устройство ограничивает частоту диапазона анализа и уровень сигнала. Генератор перестройки определяет: 1) диапазон анализируемых частот; 2) полосу анализируемых частот (масштаб). Генератор пилообразного напряжения определяет скорость перестройки по частоте (и скорость развертки).

АФ - анализирующий фильтр определяет полосу анализа (может менять полосу фильтра).

Детектор определяет постоянную интегрирования (инерцию, сглаживание случайных колебаний).

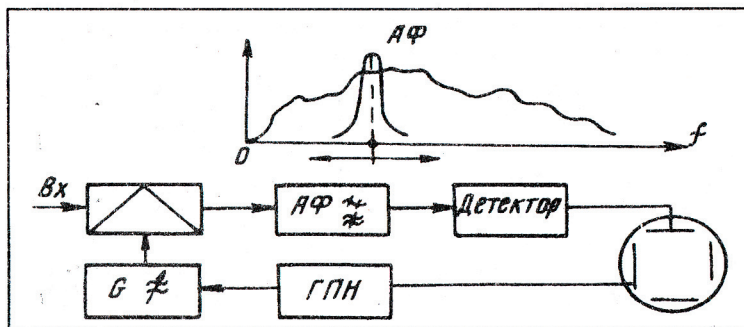


Рис. 23

## ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

### Лабораторная работа № 13.1

#### Синтез периодических сигналов по составляющим их спектра

##### Аппаратура

Макет - рис. 24 содержит шесть генераторов гармонических сигналов, представляющих гармонический ряд:  $f_1, 2f_1, 3f_1, 4f_1, 5f_1, 6f_1$ . Полученные колебания поступают на фазо-вращатели (вплоть до переключения фазы на  $\pi$  - изменение знака). Фазовращатели необходимы для компенсации возможных фазовых сдвигов в системе, аттенюаторы используются для установки необходимого уровня гармоник при синтезе сигналов. Суммирование необходимых гармоник с установленными уровнями и фазовыми сдвигами позволяет воссоздать (синтезировать) заданный периодический сигнал.

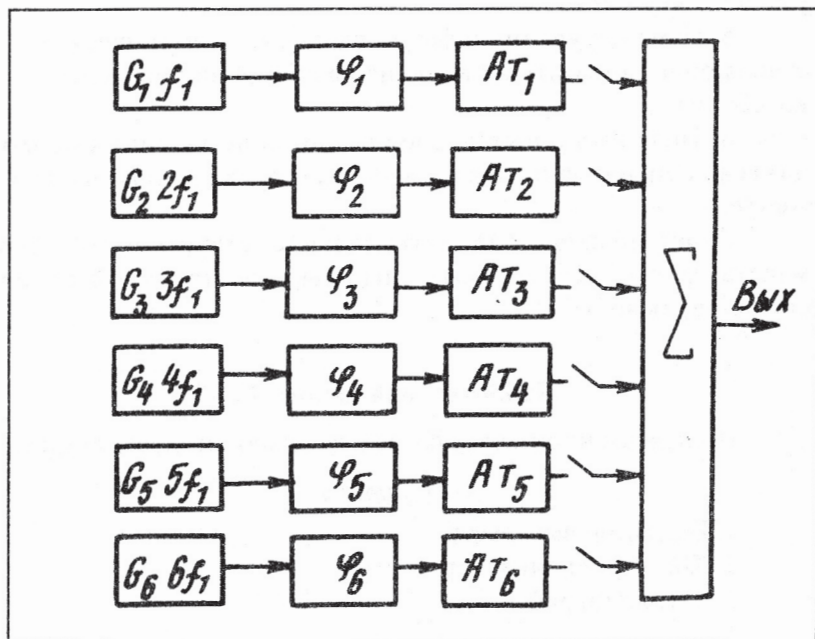


Рис. 24

### *Лабораторное задание*

1. Из табл. 2 вариантов определить заданный периодический сигнал - рис. 25.

Таблица 2

Бригада №	1	2	3	4	5	6
Сигналы №	1, 3	2, 4	1, 2	3, 4	1, 4	2, 3

2. Для выбранных сигналов выписать временные характеристики сигналов и рассчитанный спектральный состав.

3. На макете, включая поочередно генераторы гармоник, выставить на выходе амплитуды и фазы гармонических составляющих спектра.

4. Включить на выходе все выставленные сигналы гармонических составляющих спектра и получить заданный периодический сигнал.

5. Изменяя уровни и фазы отдельных гармонических составляющих, оценить их влияние на общий вид исследуемого колебания.

6. Пояснить спектральное разложение заданных периодических сигналов и сделать выводы о проведенном эксперименте.

Отчет должен содержать: задание, структурную схему макета, форму исследуемых сигналов, спектральный состав сигналов, выводы.

### **Лабораторная работа № 13.2**

Исследование спектров последовательности видеоимпульсов

#### *Аппаратура*

1. Генератор импульсов.
2. Спектроанализатор.
3. Осциллограф.

#### *Лабораторное задание*

1. Собрать схему исследования - рис. 26.

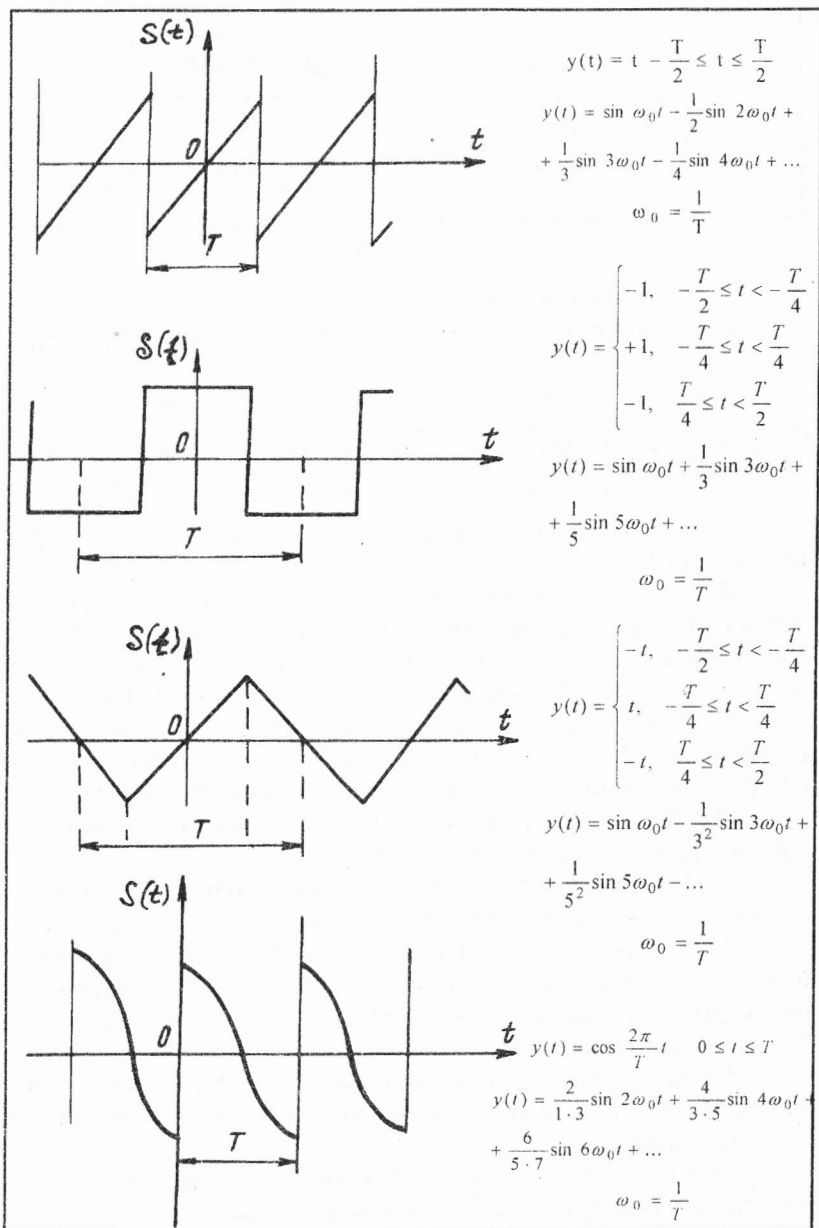


Рис. 25



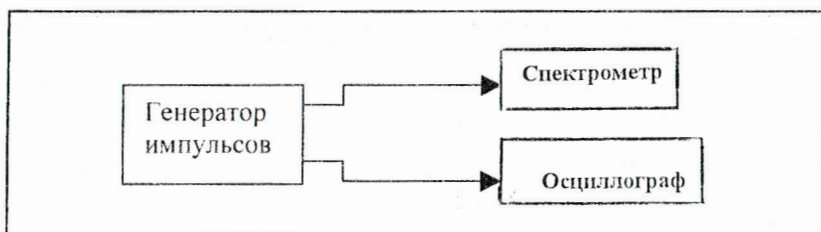


Рис. 26

2. Установить на генераторе импульсов параметры импульсной последовательности в соответствии с таблицей вариантов - табл. 3.

Таблица 3

Бригада №	1	2	3	4	5	6
Длительность импульса	10 мкс	9 мкс	8 мкс	7 мкс	6 мкс	5 мкс
Период повторения $T_n$	5 кГц	6 кГц	7 кГц	8 кГц	9 кГц	10 кГц

3. Для заданной последовательности рассчитать амплитудно-частотный спектр.

4. Подобрать уровень видеоимпульсов в соответствии с чувствительностью спектроанализа (порядка 1В), измерить амплитуду импульсов по осциллографу, установив его в ждущем режиме с разверткой, позволяющей наблюдать один импульс (полярность импульса неважна).

5. Установить на спектроанализаторе начало шкалы частот рукояткой "несущая", подобрать нужный масштаб сканирования (перестройки) и скорость, постоянную интегрирования детектора, "узкую" полосу анализирующего фильтра и наблюдать спектральный состав последовательности видеоимпульсов.

6. Изменяя длительность импульса в большую и меньшую стороны, оценить изменения ширины первого "лепестка" спектра.

7. Изменяя частоту следования, оценить изменения заполнения первого лепестка спектра последовательности. Развертку осциллографа уменьшить для возможности наблюдения за изменением периода повторения импульсов.

8. Сделать выводы по исследованиям изменения спектра последовательности видеоимпульсов при изменении параметров последовательности.

Отчет должен содержать: задание, схему измерений, расчетный спектр, полученные спектрограммы и выводы.

### Лабораторная работа 13.3

#### Исследование спектрального состава амплитудно-модулированного колебания

##### Аппаратура

1. Генератор стандартных сигналов.
2. Спектроанализатор.
3. Осциллограф.

##### Лабораторное задание

1. С выхода (1В) генератора стандартных сигналов подать сигнал на вход спектроанализатора и осциллографа - рис. 27.

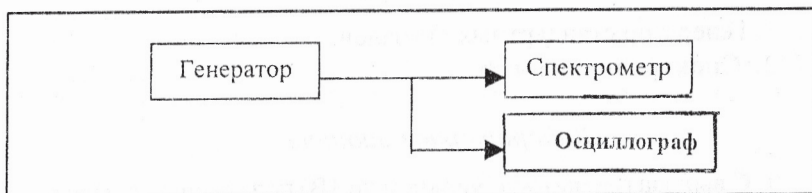


Рис. 27

2. Установить на генераторе уровень  $k$  по риску прибора на частоте несущей - 20 кГц, затем переключить прибор генератора на  $m\%$  и установить 50% модуляции с модулирующей частотой - 400 Гц, уровень выхода установить в 0,5 В (по децибелнику выхода).

3. Установить необходимую развертку и чувствительность осциллографа для наблюдения модулированного колебания.

4. Установить на спектрометре среднюю частоту 20 кГц, диапазон перестройки - 5 кГц, полосу анализирующего фильтра - 100 Гц, скорость перестройки, постоянную интегрирования - 0,01 и наблюдать спектральный состав АМ колебания.

5. Изменяя глубину модуляции и измеряя ее по осциллографу, построить зависимость отношения несущей к боковой составляющей от глубины модуляции. Размах несущего колебания подобрать на всю шкалу спектрометра с помощью регулировки чувствительности спектроанализатора и выходного напряжения генератора. Зависимость снимать для модулирующего колебания 400 Гц (для бригад нечетного номера) и 1000 Гц (для бригад четного номера).

6. Сделать выводы о спектре АМ колебания и о соотношениях между несущей и боковой спектральной составляющей.

Отчет должен содержать: лабораторное задание, схему проведения эксперимента, осциллограмму модулированного колебания и рисунок с экрана спектрометра, график снятой зависимости и вывод.

### Лабораторная работа 13.4

#### Исследование спектров частотно-модулированных колебаний

##### *Аппаратура*

1. Генератор стандартных сигналов.
2. Спектроанализатор.

##### *Лабораторное задание*

1. С выхода генератора (уровнем до 1В) подать сигнал на вход спектроанализатора, настроенного средней частотой обзора на несущую частоту сигнала. Установить модулирующий гармонический сигнал частотой 1кГц.
2. Из таблицы 4 определить заданный индекс модуляции.

Таблица 4

Бригада №	1	2	3	4	5	6
Индекс модуляции - М	2	3	4	5	2	1

3. Рассчитать амплитудно-частотный спектр, используя раздел Теоретические основы лабораторных работ.

4. Установить на генераторе необходимый индекс модуляции и наблюдать на спектроанализаторе амплитудно-частотный спектр.

Отчет должен содержать: лабораторное задание, схему исследований, рассчитанный и полученный на спектроанализаторе спектры, а также выводы.



Канд техн. наук, доц. Ю.И. Таныгин

## ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ

*Методические указания к выполнению  
лабораторных работ*

Редактор Г. Ю. Микрюкова

Компьютерная верстка Д. В. Жарикова

ЛР № 020307 от 28.11.1991

---

Тип. зак. <i>831</i>	Изд. зак. 265	Тираж 500
Подписано в печать 15.10.01	Офсет.	
Печ. л. <i>2,0</i>	Уч.-изд. л. 2.0	Формат 60x90 <sup>1/16</sup>

---

Издательский центр РГОТУПСа,  
125808, Москва, ГСП-47, Часовая ул., 22/2  
Типография РГОТУПСа, 107078, Москва, Басманный пер., 6