

**3/8/4**

Одобрено кафедрой  
«Высшая математика»

Утверждено  
деканом факультета  
«Управление процессами  
перевозок»

## **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТАХ**

Рабочая программа и задание  
на контрольную работу  
для студентов-заочников III курса

всех инженерно-технических специальностей,  
кроме  
330100 БЖТ, 330200 ЭК



Москва – 2003

Программа разработана на основании примерной учебной программы данной дисциплины, составленной в соответствии с государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки инженера по инженерно-техническим специальностям.

Р е ц е н з е н т — канд. техн. наук,  
доц. Г.А. ДЖИНЧВЕЛАШВИЛИ

Курс — III семестр — V  
Всего часов – 16/  
Лекционные занятия — 4 (ч.)  
Практические занятия — 4 (ч.)  
Лабораторные занятия — 8 (ч.)  
Контрольная работа — 1.  
Самостоятельная работа – 20 (ч.)  
Зачет с оценкой: 5 семестр.

© Российский государственный открытый технический университет путей сообщения Министерства путей сообщения, 2003

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

### 1. Цель и задачи дисциплины

**1.1. Цель преподавания** дисциплины «Численные методы в инженерных расчетах» состоит в формировании у студентов твердых теоретических знаний важнейших численных методов и практических навыков в работе с интегрированными пакетами прикладных программ автоматизации инженерно-технических расчетов, применяемых для решения инженерно-технических задач.

#### 1.2. Задачи изучения дисциплины

Изучив дисциплину, студент должен:

**1.2.1. Знать** источники и правила определения погрешностей вычислений, уметь правильно оценить погрешность полученного результата; принципы численного решения алгебраических уравнений и систем; основы интерполирования и приближения функций; методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений, разностных уравнений, уравнений с частными производными; методы обработки экспериментальных данных.

**1.2.2. Уметь** разрабатывать вычислительные алгоритмы решения широкого круга задач в общинженерных и специальных дисциплинах.

**1.2.3. Ознакомиться** с основными приемами программирования и использования современных программных продуктов по вычислительной математике, используемых для решения инженерных задач на ПЭВМ.

**1.2.4. Иметь представление** о структуре и функциональных возможностях интегрированных систем MathCAD 6.0+ и Maple R4.

Следует отметить, что овладение принципами работы с интегрированными системами не освобождает студентов от глубокого понимания сути реализованных в них численных методов.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Введение

Материал дисциплины «Численные методы в инженерных расчетах» содержит девять разделов. По каждому разделу в квадратных скобках приводится литература с указанием изучаемых глав и параграфов. Нумерация совпадает с нумерацией перечня литературы из п. 8.1 данной рабочей программы.

В разделах 1–9 рабочей программы содержатся изучаемые в данной дисциплине важнейшие численные методы.

В разделе 10 рассмотрены основы программирования с помощью интегрированных систем **MathCAD 6.0+** и **Maple V R4** и дается обзор и анализ вычислительных методов, реализованных в этих системах.

После изучения приведенных ниже разделов рабочей программы студент должен решить соответствующие задачи из сборника задач [19]. Студенты специальностей Т, В, СМ, ПТ, С, ПГС, МТ, ВК, ИСЖ должны выполнить лабораторные работы № 1, 2, 3, 4 с применением ПЭВМ\* согласно руководства к выполнению лабораторных работ [26] и одну контрольную работу, задание на которую помещено после п. 9 настоящей рабочей программы.

Студенты специальности Д вместо лабораторной работы № 2 «Интерполирование функций» выполняют лабораторную работу № 6 «Решение задачи линейного программирования».

Студенты специальностей ЭВМ, АТС, ЭНС, ЭПС дополнительно выполняют лабораторную работу № 5 «Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений операционным методом».

---

\* Для выполнения лабораторных работ можно использовать любые современные версии системы MathCAD

## Раздел 1. ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ

**Литература:** [1, Введение: 2, ч. 1, §1,2; 3, гл.1, §1; 6, Введение, гл. 1, §1]

2.1.1. Основные источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности.

2.1.2. Определение количества верных значащих цифр результата вычислений.

2.1.3. Погрешности суммы, разности, произведения, частного, степени и корня. Общая формула для погрешности.

2.1.4. Правила округления.

2.1.5. Понятие о вероятностной оценке погрешности.

2.1.6. Понятие вычислительного алгоритма. Требования к вычислительному алгоритму.

2.1.7. Устойчивость и сложность алгоритма.

## Раздел 2. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Литература:** [2, гл.5, § 1, 2; 3, гл.5, § 2, 3; 6, гл. 4 § 24–27; 8, гл. 4, § 1–8]

2.2.1. Графический метод решения. Отделение корней уравнения.

2.2.2. Метод хорд.

2.2.3. Метод касательных (Ньютона).

2.2.4. Комбинированный метод хорд и касательных. Оценка погрешности.

2.2.5. Метод итераций. Условия сходимости метода и оценка погрешностей.

2.2.6. Условия сходимости методов и оценка погрешностей.

## Раздел 3. ЧИСЛЕННОЕ ТРЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

**Литература:** [2, ч. 2, гл. 1, § 1; 3, гл. 5, § 1, 6, гл. 3, § 19–21; 6, гл. 3, § 19–21; гл. 4, § 24–27; 8, гл. 8, § 3, 5–7,10, гл. 9, § 1, 2; 9, § 1–8]

- 2.3.1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
- 2.3.2. Вычисление определителей и обращение матрицы методом Гаусса.
- 2.3.3. Метод итераций, условия сходимости и оценка погрешностей. Приведение системы линейных уравнений к виду, удобному для итераций.
- 2.3.4. Метод Зейделя. Оценка числа итераций.
- 2.3.5. Системы нелинейных уравнений. Метод Ньютона.
- 2.3.6. Метод итераций.
- 2.3.7. Метод градиента.
- 2.3.8. Условия сходимости методов и оценка погрешностей.

#### **Раздел 4. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ**

**Литература** [1, гл. 2, § 1; 2, ч. 2, гл. 3, § 1, 2; 3, гл. 2, § 1; 6, гл. 1, § 4–9, 11; 8, гл. 1, § 1, 2, 16, лекция 5]

- 2.4.1. Аппроксимация функций. Постановка задачи. Теорема существования и единственности обобщенного интерполяционного многочлена.
- 2.4.2. Приближение таблично заданных функций. Линейная интерполяция.
- 2.4.3. Интерполяция кубическими сплайнами.
- 2.4.4. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.
- 2.4.5. Интерполяция многочленами  $n$  - степени.
- 2.4.6. Оценка погрешности интерполирования.
- 2.4.7. Среднеквадратическое приближение функций при помощи тригонометрических многочленов.
- 2.4.8. Равномерное и наилучшее равномерное приближение функций.

#### **Раздел 5. РЕШЕНИЕ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**Литература:** [1, гл. 1, § 1–3, гл. 5, § 3; 2, ч. 1, § 3, 4, 6, гл. 5, § 29; 8, гл. 1, § 1–5, гл. 3, § 1].

- 2.5.1. Конечные разности различных порядков и их свойства.
- 2.5.2. Задача Коши и краевые задачи для разностных уравнений.
- 2.5.3. Разностные уравнения первого порядка.
- 2.5.4. Однородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
- 2.5.5. Неоднородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

#### **Раздел 6. ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ**

**Литература:** [1, гл. 2, § 2; 2, ч. 2, гл. 4, § 4; 6, гл. 2, § 15, 16; 8, гл. 16, § 1; 9, гл. 6, § 8; 11, разд. 2, п. 4, пр. 10, 11; 18, гл. II, § 2.3]

- 2.6.1. Численное дифференцирование. Регуляризация дифференцирования.
- 2.6.2. Вычисление определенных интегралов по формуле прямоугольников. Оценка погрешности вычислений.
- 2.6.3. Формула трапеций. Оценка погрешности.
- 2.6.4. Формула Симпсона (парабол). Оценка погрешности.

#### **Раздел 7. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**Литература:** [1, гл. 5, § 1; 3, гл. 8, § 1; 5, гл. 3, § 1, 2, 5, 7, 8, 14; 6, гл. 2, § 18; 8, гл. 10, § 5; 10, гл. 9, § 5; 11, разд. 2, п. 4, пр. 12; 18, гл. III, § 3. 4].

- 2.7.1. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью рядов.
- 2.7.2. Метод Эйлера.
- 2.7.3. Метод Эйлера с уравниванием.
- 2.7.4. Метод Рунге-Кутты.
- 2.7.5. Оценка погрешностей и выбор шага.

2.7.6. Метод Рунге-Кутты для системы дифференциальных уравнений первого порядка.

2.7.7. Решение системы дифференциальных уравнений операционным методом.

### **Раздел 8. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ**

**Литература:** [1, гл. 6, § 1, гл. 7, § 1; 2, ч. 3, гл. 1, § 1–3; 5, гл. 5, § 1, 2, 6, 13].

2.8.1. Постановка задачи. Задача Коши и краевая задача.

2.8.2. Точные методы решения. Сетка и шаблон.

2.8.4. Методы составления разностных схем.

2.8.5. Понятие об устойчивости и неустойчивости разностной схемы.

### **Раздел 9. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

**Литература:** [3, гл. 15, § 1–4; 5, гл. 17, § 1–4; 6, гл. 1, § 13, гл. 2, § 17; 7, гл. 2, § 1–12; 8, гл. 15, § 1–4].

2.9.1. Случайные числа и их получение.

2.9.2. Метод Монте-Карло. Вычисление кратных интегралов методом Монте-Карло.

2.9.3. Доверительный интервал.

2.9.4. Моделирование нормальной случайной величины.

2.9.5. Сравнение величин. Нахождение стохастической зависимости.

2.9.6. Метод наименьших квадратов. Подбор эмпирических формул.

### **Раздел 10. ПАКЕТЫ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

**Литература:** [21, 22, 23, 24, 26, 27]

2.10.1. Математическое обеспечение ЭВМ, типы пакетов прикладных программ, структура пакетов, программирование на ЭВМ.

2.10.2. Интегрированные пакеты **MathCAD 6.0+** и **Maple V R4**. Состав и функциональные возможности пакетов.

2.10.3. Основы работы с пакетами.

2.10.4. Вывод графической информации.

2.10.5. Редактирование текстовой информации.

2.10.6. Задание переменных величин и функций. Вычисление значений элементарных функций.

2.10.7. Векторные и матричные операции.

2.10.8. Операторы математического анализа.

2.10.9. Функции интерполирования и регрессии.

2.10.10. Решение алгебраических уравнений и систем.

2.10.11. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

2.10.12. Преобразования Лапласа, Фурье и др.

2.10.13. Подбор эмпирических формул.

2.10.14. Функции математической статистики.

## **3. ВИДЫ РАБОТ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ**

Курс — III семестр — 5.

Всего часов – 16.

Лекционные занятия — 4 (ч.)

Практические занятия — 4 (ч.)

Лабораторные занятия — 8 (ч.)

Контрольная работа — 1.

Самостоятельная работа – 20 (ч.)

Зачет (с оценкой) — 5 семестр.

#### 4. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема	Часы
<p><b>Разделы 1 и 2</b></p> <p>Погрешности вычислений. Определение количества верных значащих цифр. Погрешности алгебраических операций. Правила округления. Методы решения нелинейных уравнений: графический, хорд, касательных, итераций. Оценка погрешностей. Требования к вычислительному алгоритму. Устойчивость и сложность алгоритма</p>	2
<p><b>Разделы 4 и 6</b></p> <p>Линейная и сплайн-интерполяция. Интерполяция многочленами <math>n</math>-й степени. Оценка погрешности интерполирования. Численное интегрирование функций по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона. Погрешности численного интегрирования</p>	2
<p><b>Разделы 7 и 9</b></p> <p>Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений методами степенных рядов, Эйлера, Эйлера с уравниванием и Рунге-Кутта. Оценка погрешностей. Моделирование нормальной случайной величины. Метод наименьших квадратов. Подбор эмпирических формул</p>	2
<p><b>Раздел 10</b></p> <p>Программирование на ПЭВМ. Интегрированные пакеты MathCAD 6.0+ и Maple V R4. Состав и функциональные возможности пакетов. Важнейшие операторы</p>	2

#### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ, КОТОРЫЕ СТУДЕНТЫ ДОЛЖНЫ ПРОРАБОТАТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО

Тема
<p><b>Разделы 1, 2, 3</b></p> <p>Понятие о вероятностной оценке погрешности. Комбинированный метод хорд и касательных. Методы численного решения систем линейных и нелинейных уравнений. Условия сходимости методов и оценка погрешностей</p>

Продолжение таблицы

<p><b>Разделы 4, 5, 6</b></p> <p>Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Среднеквадратическое и равномерное приближение функций. Решение разностных уравнений первого и второго порядка с постоянными коэффициентами. Численное дифференцирование. Регуляризация дифференцирования</p>
<p><b>Раздел 8, 9, 10</b></p> <p>Понятие о методе Монте-Карло. Доверительный интервал. Сравнение величин. Нахождение стохастической зависимости. Преобразование Лапласа, Фурье и др. Функции математической статистики</p>

#### 6. ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Название и краткое содержание работы	Часы
<p><b>1. Приближенные вычисления. Системы MathCAD 6.0+ и Maple V R4.</b> Выполняется ряд примеров, иллюстрирующих работу систем MathCAD 6.0+ и Maple V R4. Затем в системе MathCAD 6.0+ решаются физические задачи на определение абсолютной и относительной погрешностей вычислений и числа верных знаков результата</p>	1
<p><b>2. Интерполирование функций.</b> Используя корни приведенного многочлена Чебышева, строится интерполяционный многочлен пятой степени с оптимальным расположением узлов интерполяции для заданной функции <math>y = f(x)</math> на отрезке <math>[a, b]</math>. Находятся абсолютная и относительная погрешности в точках 0,4 и 1,0. Выполняется графическая иллюстрация заданной функции <math>y = f(x)</math>, полученного интерполяционного многочлена, а также соответствующей линейной и сплайн-интерполяции</p>	2
<p><b>3. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем методом Рунге-Кутта.</b> Методом Рунге-Кутта четвертого порядка точность находятся в пяти точках отрезка <math>[x_0; x_5]</math> приближенное решение: а) дифференциального уравнения первого порядка <math>y' = f(x, y)</math> с начальным условием <math>y(x_0) = y_0</math>; б) системы дифференциальных уравнений первого порядка <math>y' = f(x, y, z)</math>, <math>z' = g(x, y, z)</math> с начальными условиями <math>y(x_0) = y_0</math>, <math>z(x_0) = z_0</math>. Производится оценка погрешности полученных решений</p>	2

Название и краткое содержание работы	Часы
<b>4. Моделирование нормальной случайной величины. Подбор эмпирических формул.</b> С помощью генератора случайных чисел создается массив из двенадцати реализаций равномерно распределенной на интервале $(0;1)$ случайной величины и затем строится статистическая модель нормальной случайной величины, являющейся иллюстрацией предельной теоремы А.М. Ляпунова. Отывается эмпирическая формула заданной зависимости $x$ и $y$	1
<b>5. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений операционным методом.</b> Система дифференциальных уравнений первого порядка $x' = f(x, y, t)$ , $y' = g(x, y, t)$ с начальными условиями $x(t_0) = x_0$ , $y(t_0) = y_0$ решается операционным методом. Выполняется проверка найденного решения	1
<b>6. Решение задачи линейного программирования.</b> Находится оптимальный план выпуска продукции машиностроительного предприятия, при котором прибыль от ее реализации является максимальной	1

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

По данной дисциплине выполняется одна контрольная работа, содержащая пять задач.

Условия задач	Часы
1. По заданному числу, имеющему только верные цифры, найдется абсолютная и относительная погрешности. Задача решается аналитически и в системе MathCAD 6.0+	1
2. Находится общее решение неоднородного разностного уравнения второго порядка. Задача решается аналитически и в системе MathCAD 6.0+ или Maple V R4	2
3. По формуле Симпсона вычисляется с точностью $10^{-3}$ определенный интеграл от заданной функции для двух значений шага $h_1$ и $h_2$ . Производится оценка абсолютной погрешности по правилу Рунге. Задача решается аналитически и в системе MathCAD 6.0+, с помощью которой определяется число шагов, необходимое для достижения точности вычислений $10^{-5}$	2

4. Методами разложения в степенной ряд и Рунге-Кутты решается задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $F(x, y, y')$ . О с начальными условиями $y(x_0) = y'_0$ , $y'(x_0) = y_0$ . Полученные результаты сравниваются. Задача решается аналитически и в системе Maple V R4	2
5. Методом наименьших квадратов находится эмпирическая формула заданного вида для зависимости $x$ и $y$ , заданной таблицей. Задача решается аналитически и в системе MathCAD 6.0+ или Maple V R4	1

## 8. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Перечень литературы

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Конченков Н.А. Вычислительные методы для инженеров. - М.: Высшая школа, 1994.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. — М.: Наука, 1987, 1999.
3. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. — М.: Наука, 1977.
4. Дьяченко В.Ф. Основные понятия вычислительной математики. — М.: Наука, 1977.
5. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. — М.: Наука, 1977.
6. Волков Е.А. Численные методы. - М.: Наука, 1982.
7. Икрамов Х.Д. Численные методы линейной алгебры. — М.: Знание, 1987. — № 4 — (сер. «Математика и кибернетика»).
8. Калиткин Н.Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1977.
10. Самарский А.А. Введение в численные методы. — М.: Наука, 1982.

11. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. — М.: Наука, 1989.
12. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. — М.: Наука, 1984.
13. Турчак Л.И. Основы численных методов. — М.: Наука, 1987.
14. Рябенский В.С. Введение в вычислительную математику. — М.: Наука, 1994.
15. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. — М.: Изд-во МФТИ, 1994.
16. Косарев В.Н. 12 лекций по вычислительной математике. — М.: Изд-во МФТИ, 1995.
17. Шестаков А.А., Голечков Ю.И., Дружилина О.В. Математическое моделирование в естествознании и технике: Учеб. пос. — М.: РГОТУПС, 2003.
18. Шестаков А.А., Мальшева И.А., Полозков Д.П. Курс высшей математики. — М.: Высшая школа, 1987.
19. Сборник задач по методам вычислений / Под ред. П.И. Монастырского. — М.: Изд-во Физматлит, 1994.
20. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. — М.: Наука, 1973.
21. MathCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде WINDOWS 95 / Пер. с англ. — М.: Инф. - изд. Дом «Филинь», 1996.
22. Манзон Б.М. Maple V Power Edition. — М.: Инф. - изд. Дом «Филинь», 1998. - 240 с.
23. Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. — М.: Нолидж, 2001. — 1296 с.
24. Дьяконов В.П. Maple 6: учебный курс. — С-Пб: Питер, 2001. — 608 с.
25. Голечков Ю.И. Руководство по освоению интегрированных систем MathCAD 6.0+ и Maple V R4. Для студентов I, II, III курсов всех специальностей. — М.: РГОТУПС, 2002.
26. Голечков Ю.И. Численные методы в инженерных расчетах. Руководство к выполнению лабораторных работ для студентов-заочников III курса всех инже-

нерно-технических специальностей кроме БЖТ, ЭК. — М.: РГОТУПС, 2003.

27. Сдвижков О.А. MathCAD – 2000 : Введение в компьютерную математику. – М.: Изд. «Дашков и К<sup>о</sup>», 2002. – 204 с.

### 8.2. Перечень компьютерных программ

1. Интегрированная система MathCAD 6.0+.
2. Интегрированная система Maple V R4.

## 9. КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Самостоятельная работа студентов заключается в изучении рекомендуемой литературы согласно разделам рабочей программы, решении типовых задач из сборника [19], выполнении контрольного задания и подготовке к лабораторным работам.

Задачи и упражнения для аудиторной и самостоятельной работы студента обеспечивают закрепление лекционного материала и подготовку к выполнению контрольной и лабораторных работ.

Интегрированные системы для инженерных и научных расчетов MathCAD 6.0+ и Maple V [21-27] должны использоваться для проверки правильности и полученных результатов при выполнении контрольной работы, а также для решения задач из лабораторных работ, требующих трудоемких вычислений. Контрольная работа и отчеты по лабораторным работам 1-4 должны содержать указания операций с клавиатурой ПЭВМ.

Степень усвоения студентами теоретических знаний и практических навыков проверяется защитой контрольной и лабораторных работ и сдачей зачета по курсу.

### ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Студенту необходимо выполнить одну контрольную работу, состоящую из пяти задач. В работу должны быть вклю-

чены те из приведенных ниже задач, последняя цифра номера которых совпадает с последней цифрой учебного шифра студента. Например, в контрольную работу студента, имеющего шифр 02-ЭНС-31645, включены задачи 5, 15, 25, 35, 45.

**1-10.** Найти абсолютную  $\Delta$  и относительную  $\delta$  погрешности числа  $a$ , имеющего только верные цифры.

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| 1. $a = 0,2387$ ; | 6. $a = 0,374$ ;   |
| 2. $a = 3,751$ ;  | 7. $a = 20,43$ ;   |
| 3. $a = 11,445$ ; | 8. $a = 0,0384$ ;  |
| 4. $a = 2,3445$ ; | 9. $a = 12,688$ ;  |
| 5. $a = 8,345$ ;  | 10. $a = 43,813$ . |

Решить задачи 1–10 аналитически и с помощью системы MathCAD 6.0+.

**11-20.** Найти общее решение неоднородного разностного уравнения второго порядка:

11.  $u_{n-1} - \frac{5}{2}u_n + u_{n+1} = 1$ ;
12.  $9u_{n-1} + 3u_n + u_{n+1} = n$ ;
13.  $u_{n-1} - 5u_n + 6u_{n+1} = n^2$ ;
14.  $2u_{n-1} - 5u_n + 2u_{n+1} = 1 + 2n - n^2$ ;
15.  $4u_{n-1} - 4u_n + u_{n+1} = 3^n$ ;
16.  $u_{n-1} - 6u_n + u_{n+1} = 4^n$ ;
17.  $-5u_{n-1} - 4u_n + u_{n+1} = 5^n$ ;
18.  $5u_{n-1} - 6u_n + 5u_{n+1} = 7n + 1$ ;
19.  $u_{n-1} - \frac{10}{3}u_n + u_{n+1} = 1 - n^2$ ;
20.  $u_{n-1} + u_n + u_{n+1} = 2n + 3$ .

Решить задачи 11 – 20 аналитически и с помощью системы MathCAD 6.0+ или Maple V R4.

**21 - 30.** Вычислить по формуле Симпсона определенный интеграл функции  $f(x)$  с шагом  $h_1 = \frac{b-a}{10}$  и с шагом  $h_2 = \frac{b-a}{20}$ .

Расчеты производить с точностью  $10^{-3}$ :

21.  $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ ,  $a = -1$ ,  $b = 9$ .
22.  $f(x) = \sqrt{(1+x)(x^2 - 1)}$ ,  $a = 2$ ,  $b = 12$ .
23.  $f(x) = \sqrt{(50 - x^2)(x^2 + 1)}$ ,  $a = -3$ ,  $b = 7$ .
24.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 11}$ ,  $a = -2$ ,  $b = 8$ .
25.  $f(x) = \sqrt{(x^2 + 1)(2 + x)}$ ,  $a = -1$ ,  $b = 9$ .
26.  $f(x) = \sqrt{x^3 + 8}$ ,  $a = -2$ ,  $b = 8$ .
27.  $f(x) = \sqrt{27 - x^3}$ ,  $a = -7$ ,  $b = 3$ .
28.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x + 37}$ ,  $a = -5$ ,  $b = 5$ .
29.  $f(x) = \sqrt{2 - x^3}$ ,  $a = -9$ ,  $b = 1$ .
30.  $f(x) = \sqrt{(x^2 - 3)(x + 1)}$ ,  $a = 2$ ,  $b = 12$ .

Оценить абсолютную погрешность по правилу Рунге. Ответ дать с учетом поправки Рунге.

С помощью системы MathCAD 6.0+ определить число шагов, необходимое для достижения точности вычислений  $10^{-5}$ .

**31 - 40.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$F(y, y', y'') = 0$$

с начальными условиями

$$y(x_0)=y_0 \text{ и } y'(x_0)=y'_0.$$

Для данного дифференциального уравнения найти решение  $y=y(x)$ , удовлетворяющее заданным начальным условиям, в виде:

а) пяти отличных от нуля членов разложения в степенной ряд;

б) по методу Рунге-Кутты составить таблицу приближенных значений решения системы дифференциальных уравнений первого порядка, соответствующей заданному уравнению, на отрезке  $[0; 0,5]$  с шагом  $h=0,1$ .

Все вычисления производить с округлением до пятого десятичного знака. Результаты, полученные в п. а) и б), сравнить.

31.  $y'' - 5y' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

32.  $y'' + 2y' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$

33.  $y'' - 6y' - 7y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

34.  $y'' + 7y' - 8y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$

35.  $y'' - 10y' + 25y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0.$

36.  $y'' - 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$

37.  $y'' + 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

38.  $y'' - 6y' + 5y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2.$

39.  $y'' + 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

40.  $y'' + 6y' + 8y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$

Задачи 31–40 решить аналитически и с помощью системы Maple V R4.

**41 – 50.** Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу указанного вида для зависимости  $x$  и  $y$ , заданной таблицей.

41.

$x$	0	1	1,5	2,5	3	4,5	5	6	Общий вид зависимости $y=ax+b$
$y$	0	67	101	168	202	310	334	404	

42.

$x$	46	48	50	52	54	56	58	60	Общий вид зависимости $y=ax$
$y$	500	685	925	1100	1325	1520	1750	950	

43.

$x$	1	0,5	0,3	0,25	0,2	0,17	0,14	0,12	Общий вид зависимости $y=a+\frac{b}{x}$
$y$	3	2	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	

44.

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	Общий вид зависимости $y=a+\frac{b}{x}$
$y$	521	308	240	204	183	175	159	152	

45.

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	Общий вид зависимости $y=ax+b$
$y$	0,33	0,49	0,59	0,65	0,71	0,75	0,77	0,81	

46.

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	Общий вид зависимости $y=ax^b$
$y$	56,9	67,3	81,6	201	240	474	490	518	

47.

$x$	0	0,2	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Общий вид зависимости $y=ax^b$
$y$	1	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	

48.

$x$	0	4	10	15	21	29	36	51	Общий вид зависимости $y = ae^{bx}$
$y$	0	41	106	145	205	285	350	3510	

49.

$x$	57	60	65	70	75	84	90	105	Общий вид зависимости $y = ax + b$
$y$	67	71	76	80	86	93	99	114	

50.

$x$	1	3	6	14	20	30	51	60	Общий вид зависимости $y = ax^b$
$y$	16	26	40	82	115	164	270	313	

Задачи 41 – 50 решить аналитически и с помощью системы MathCAD 6.0+ или Maple V R4.

---

Канд. физ.-мат. наук, доц. Ю.И. ГОЛЕЧКОВ

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
В ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТАХ**  
Рабочая программа и задание  
на контрольную работу

Компьютерная верстка *Г.Д. Волкова*

ЛР № 020307 от 28.11.91

---

Тип. зак.	Изд. зак. 202	Тираж 4 000 экз.
Подписано в печать 07.04.03	Гарнитура Times.	Офсет
Усл. печ. л. 1,25		Формат 60×90 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>

---

Издательский центр РГОТУПС,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

Типография РГОТУПС, 107078, Москва, Басманный пер., 6