РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОТКРЫТЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

20/39/3

Одобрено кафедрой
«Вычислительная техника»

НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

**Задание на курсовую работу
с методическими указаниями
для студентов VI курса**

специальности

**071900 ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ
(ИСЖ)**

РГОТУПС

Москва – 2005

Составители: д-р техн. наук, проф. Г.В. Самме,
ст. преп. О.П. Ермакова

Рецензент — д-р техн. наук, проф. В.Ю. Горелик

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ С МЕТОДИЧЕСКИМИ УКАЗАНИЯМИ

Курсовая работа состоит из пяти задач. Решения каждой задачи должны быть подробными, с корректной записью промежуточных и окончательных результатов. Для каждой задачи в соответствии с вариантом необходимо записать условие и при необходимости изобразить поясняющий рисунок. Решение каждой задачи следует начинать с новой страницы.

Методические указания дополнены типовыми примерами.

Краткие теоретические сведения

Надежность — свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки [ГОСТ 27.002-89].

Надежность — сложное свойство, которое определяется безотказностью, долговечностью, живучестью, ремонтопригодностью, сохраняемостью и достоверностью.

Применительно к информационно-вычислительным системам (ИВС) представляет интерес надежность технических средств и надежность программного обеспечения.

Расчеты надежности ИВС связаны со случайными событиями — отказами, сбоями и временем их возникновения.

Отказ — это такое нарушение работоспособности, для устранения которого требуются определения действия обслуживающего персонала по ремонту, замене и регулировке неисправного элемента, узла или устройства.

Сбоем называется событие, состоящее в кратковременной утрате работоспособности узла или устройства.

Методы расчета надежности информационных систем разработаны с использованием теории вероятности, моделирования процессов, понятий цепей случайных процессов и потоков случайных событий. Разработаны методы анализа надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых систем с резервированием и без резерва.

Одним из расчетных параметров надежности невосстанавливаемых систем является *время наработки до первого отказа*, восстанавливаемых — *время наработка на отказ* (интервал времени между двумя соседними отказами) — это непрерывные случайные величины. Полной характеристикой случайной непрерывной величины с вероятностной точки зрения является ее *закон распределения плотности вероятностей*, т.е. заданная в той или иной форме связь между ее возможными значениями и их вероятностями появления.

Для дискретных величин закон распределения есть зависимость вероятности того, что данная величина примет заданное конкретное значение X.

Для непрерывной величины вероятность того, что данная величина будет иметь конкретное значение, бесконечно мала, поэтому определяют вероятность того, что данная величина будет иметь значение в заданном пределе с помощью плотности вероятности, иначе говоря, скорости изменения вероятности

$$f(t) = \frac{dP(t)}{dt}.$$

Соответственно, необходимо выбрать для выполнения расчетов надежности закон распределении плотности вероятности случайной непрерывной величины.

Расчет надежности невосстанавливаемых устройств выполняют с применением следующих законов распределения:

1. **Экспоненциального (показательного) распределения** с плотностью

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$$

где λ — параметр распределения, связанный с математическим ожиданием и дисперсией выражениями $M[T_0] = \frac{1}{\lambda}$, $D[T_0] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Экспоненциальное распределение однопараметрическое и обладает свойством — «отсутствие последействия», при наличии которого показатели надежности устройства зависят только от состояния устройства в начале рассматриваемого интервала времени.

2. **Гамма распределения** (обобщенного показательного распределения) двухпараметрического распределения с параметрами k и λ. Данное распределение имеет характеристики:

$$f(t) = \frac{\lambda^k t^{k-1}}{\Gamma(k)} e^{-\lambda t}, \quad M[T_0] = \frac{k}{\lambda}, \quad D[T_0] = \frac{k}{\lambda^2},$$

где $\Gamma(k)$ — гамма-функция, значение которой можно найти по таблицам.

Закон распределения плотности вероятности зависит от двух параметров: параметра формы k и параметра масштаба λ (интенсивности отказов — количества отказов в единицу времени). При целых k гамма-распределение переходит в **распределение Эрланга**. При $k = 1$ распределение Эрланга становится экспоненциальным распределением.

3. **Распределения Вейбулла**, которое имеет следующие характеристики:

$$f(t) = m\lambda(\lambda t)^{m-1} e^{-(\lambda t)^m}, \quad M[T_0] = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{m})}{\lambda},$$

$$D[T_0] = \frac{1}{\lambda^2}\left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)\right).$$

Как и гамма-распределение, это распределение двухпараметрическое с параметрами m, λ. При $m = 1$ оно переходит в экспоненциальное.

Область применения законов распределения зависит от характера поведения параметра λ. Статистические данные об отказах элементов радиоэлектронной аппаратуры (в том числе и аппаратуры вычислительной техники) показывают, что типичная зависимость интенсивности отказов от времени $\lambda(t)$ имеет *U*-образный вид (рис. 1).

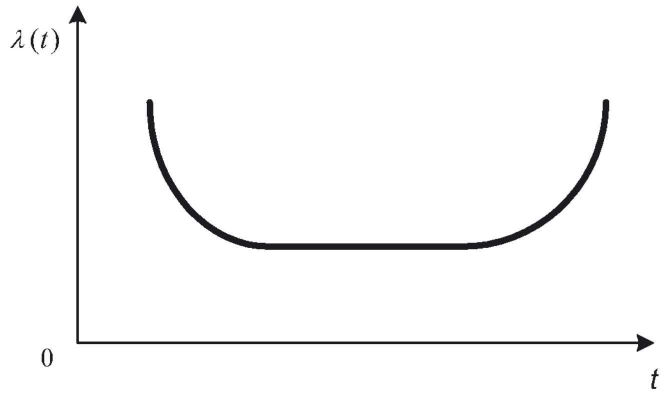

Рис. 1. Зависимость интенсивности отказов от времени

Жизненный цикл устройства имеет три характерных участка. На первом из них, называемом *участком приработки*, интенсивность отказов со временем убывает. Второй участок (нормальной эксплуатации) характеризуется *постоянным значением интенсивности отказов*. На третьем участке интенсивность отказов *быстро возрастает вследствии старения аппаратуры*.

Поскольку на втором участке изменения параметра интенсивность отказов имеет постоянное значение, то для расчета надежности в данном случае целесообразно воспользоваться экспоненциальным распределением, наиболее простым и удобным для инженерных расчетов.

Одним из способов повышения надежности является *резервирование*. Рассмотрим методы расчета надежности систем для второго участка жизненного цикла работы аппаратуры, с использованием наиболее распространенной модели надежности, а именно, *экспоненциальной модели распределения* времени до отказа, по которой вероятность безотказной работы объекта выражается зависимостью

$$\mathrm{P}_{э}(t) = e^{-\lambda t},$$

где λ — параметр модели (интенсивность отказов).

Вероятность безотказной работы — это количественная оценка надежности.

Пусть отказы элементов есть независимые друг от друга события. Так как система работоспособна, если работоспособны все ее элементы, то согласно **теореме об умножении вероятностей** вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ равна произведению вероятностей безотказной работы ее элементов:

$$P_c(t) = p_1(t)p_2(t)\ldots p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t), \qquad (1)$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента.

Пусть для элементов справедлив экспоненциальный закон распределения надежности и известны их интенсивности отказов. Соответственно, для системы справедлив экспоненциальный закон распределения надежности:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} = e^{-t\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} = e^{-\lambda_c t}, \qquad (2)$$

где λ_c — интенсивность отказов системы.

Интенсивность отказов нерезервированной системы равна сумме интенсивностей отказов ее элементов:

$$\lambda_{с} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i.$$

Если все элементы данного типа равнонадежны, то интенсивность отказов системы будет определяться формулой

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i,$$

где N_i — число элементов i-го типа;
r — число типов элементов.

Выбор λ_i для каждого типа элементов производится по соответствующим таблицам.

Среднее время наработки до отказа и закон распределения плотности вероятностей системы будут определяться формулами:

$$\bar{\mathrm{T}}_{\text{о.с}} = \frac{1}{\lambda_c} \text{ и } f_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}.$$

На практике очень часто приходится вычислять *вероятность безотказной работы высоконадежных систем*. При этом произведение $\lambda_c t$ значительно меньше единицы, а вероятность безотказной работы $P(t)$ близка к единице. В этом случае количественные характеристики надежности можно с достаточной для практики точностью вычислить по следующим приближенным формулам:

$$P_c(t) = 1 - \lambda_c t,\ \lambda_c = \sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i,\ \bar{\mathrm{T}}_{\text{о.с.}} = \frac{1}{\lambda_c},\ a_c(t) = f(t) = \lambda_c (1 - \lambda_c t). \quad (3)$$

При расчете надежности систем часто приходится *перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов расчета* и *возводить их в степень*. При значениях вероятности *P(t)*, близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнить по следующим приближенным формулам:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t),\ P_c(t) = p_i^n(t) = 1 - nq_i(t). \quad (4)$$

где $q_i(t)$ — вероятность отказа i-го элемента.

В резервированной системе отказ какого-либо элемента не обязательно приводит к отказу всей системы. Типичным случаем является *логически параллельное соединение элементов* (рис. 2), при котором система отказывает тогда, когда отказывают все ее элементы. Такой тип резервирования называют *постоянным* или *нагруженным m-кратным резервированием*. В этом случае все элементы выполняют одну и ту же функцию, работают одновременно и равнонадежны. По теореме умножения вероятностей имеют место следующие выражения:

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t) = 1 - q^{m+1}(t) = 1 - [1 - p(t)]^{m+1}, \quad (5)$$

где $q(t)$, $p(t)$ — соответственно вероятности отказа и безотказной работы одного элемента;
m — кратность резервирования.

Если для элементов справедлив экспоненциальный закон распределения надежности, то

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1},$$

где λ — интенсивность отказа элемента.

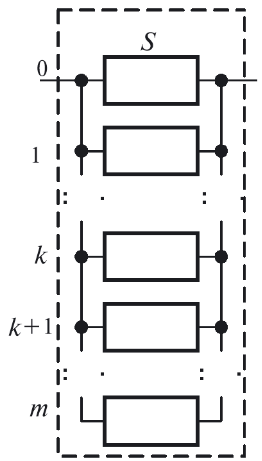

Рис. 2. Схема логического соединения элементов резервированной системы

При расчете надежности для широкого класса систем с последовательно-параллельной структурой применяют *метод преобразования структурной схемы (метод свертки)*, объединяя элементы в более крупные блоки и применяя формулы расчета для элементарных схем надежности.

Для элементарных схем функции надежности соответственно равны

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i$$ — для последовательного соединения;

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^{m} (1 - p_j)$$ — для параллельного соединения.

Вероятность безотказной работы системы с последовательно-параллельной структурой, изображенной на рис. 3, *а* наиболее удобно выразить постепенным упрощением ее схемы. Заменим сначала параллельные подсистемы 2 и 3 новой подсистемой 23 (рис. 3, *б*). Тогда вероятность безотказной работы новой подсистемы

$$p_{23} = 1 - (1 - p_2)(1 - p_3).$$

Теперь заменим последовательные подсистемы 1 и 23 новой подсистемой 123 (рис. 3, *в*). Тогда вероятность безотказной работы этой подсистемы

$$p_{123} = p_1 \cdot p_{23}.$$

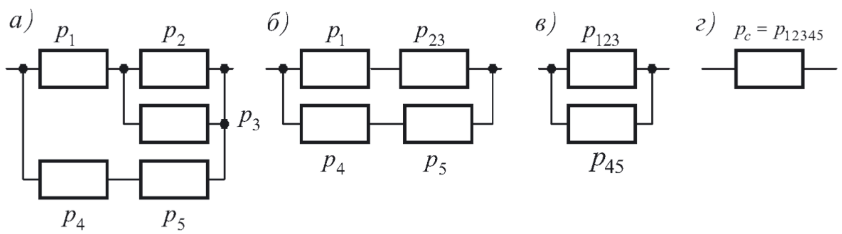

Рис. 3. Этапы последовательного упрощения последовательно-параллельной структуры

Затем заменим последовательные подсистемы 4 и 5 одной подсистемой 45 с вероятностью безотказной работы

$$p_{45} = p_4 \cdot p_5.$$

Наконец, заменив параллельные подсистемы 123 и 45 новой подсистемой 12345 (рис. 3, *г*), получим вероятность безотказной работы этой подсистемы

$$p_{12345} = 1 - (1 - p_{123})(1 - p_{45}), \qquad (6)$$

что соответствует вероятности безотказной работы системы.

Расчет надежности восстанавливаемых систем более сложен по сравнению с раннее рассмотренными расчетами,поскольку в данном случае приходится иметь дело с двумя потоками: потоком отказов и потоком восстановлений.

Потоком событий называют последовательность однородных событий, следующих одно за другим через некоторые интервалы времени. Потоки могут быть ординарными, детерминированными, случайными, стационарными, с последействием и без последействий. Для расчета надежности аппаратуры вычислительной техники чаще всего применяют *пуассоновские потоки*, потому что они наиболее простые и дают удовлетворительные результаты. Пуассоновский поток обладает свойствами: стационарностью, отсутствием последействия, ординарностью. Функция распределения времени между соседними событиями и плотность вероятностей имеют *экспоненциальный вид*.

Для расчета надежности восстанавливаемых систем необходимо обладать знаниями не только о потоках, но и о непрерывных Марковских цепях и теорию графов.

Функционирование многих объектов представляет собой *последовательность их переходов из одного состояния в другое*. Так, например, функционирование ЭВМ характеризуется тем, что в каждый момент времени обработка входной информации реализуется вполне определенными блоками машины.

Процесс прохождения обрабатываемой информации по блокам ЭВМ можно рассматривать как процесс переходов системы из одних состояний в другие. В полной мере это относится и к процессу функционирования ЭВМ с точки зрения надежности. В каждый момент времени некоторые узлы работоспособны, а некоторые отказали и восстанавливаются. Если каждому возможному множеству работоспособных (или неработоспособных) элементов поставить в соответствие множество состояний системы, то отказы и восстановления элементов будут отображаться переходом из одного состояний в другое. Эти переходы графически можно изобразить с помощью графов, а временные характеристики между переходами описываются потоком отказов и потоком восстановлений. При расчете надежности вычислительных систем имеют дело с системой дискретных состояний и со временем пребывания системы между переходами в виде непрерывной случайной величины.

Система с дискретными состояниями — это система, в которой множество ее состояний конечно, а переходы из одного состояния в другое осуществляются скачком. Последовательность состояний такой системы, т. е. последовательность переходов из состояния в состояние, называют цепью.

Для расчета характеристик надежности восстанавливаемых систем вычислительной техники пользуются формулами, полученными на основе использования **непрерывных Марковских цепей дискретных систем и дифференциальных уравнений А.Н. Колмогорова**.

Для исследования Марковских цепей рассматривают возможные состояния системы и изменения состояний с помощью графов состояний. Восстанавливаемая система в общем случае имеет три состояния: G_0 — исправное, G_1 — неисправное, но работоспособное, G_2 — неработоспособное (рис. 4).

Переход системы из состояния в состояние происходит под воздействием потоков отказов и восстановлений. Если все потоки событий, переводящие систему из состояния в состояние, являются пуассоновскими, то случайный процесс есть

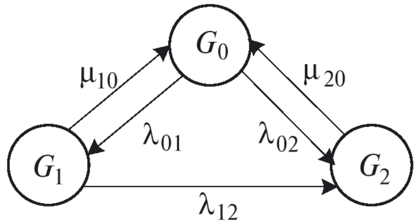

Рис. 4. Граф состояний резервированной системы

марковский процесс и задается системой дифференциальных уравнений.

Вывод дифференциальных уравнений выполнен из рассмотрения смены состояний системы. Пусть система в момент времени t находится в состоянии G_i. Рассмотрим элементарный промежуток времени, примыкающий к моменту времени t. Назовем *плотностью вероятности перехода из состояния G_i в состояние G_j* (или интенсивностью перехода) предел отношения вероятности перехода $p_{ij}(\Delta t)$ к длине промежутка Δt. Запись этого отношения имеет вид

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_{ij}(\Delta t)}{(\Delta t)}. \tag{7}$$

Из формулы следует, что при малом значении Δt вероятность перехода с точностью до бесконечно малых высших порядков будет определяться соотношением:

$$p_{ij}(\Delta t) \approx \lambda_{ij}(t)\Delta t.$$

Предположим, что известно множество состояний системы и плотности вероятностей переходов для всех пар состояний S_i, S_j. Определим вероятности состояний системы $p_i(t)$, граф которой описывает связи дискретного количества состояний. Для момента времени $t + \Delta t$ справедливо соотношение

$$p_i(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^{n} p_j(t)\, p_{ji}(\Delta t).. \tag{8}$$

Разделив обе части равенства на Δt и устремив Δt к нулю получим систему дифференциальных уравнений (9)

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_{01}P_0(t) - \lambda_{02}P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) + \mu_{20}P_2(t) \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \lambda_{01}P_0(t) - \mu_{10}P_1(t) + \lambda_{12}P_2(t) \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_{02}P_0(t) + \lambda_{12}P_1(t) - \mu_{20}P_2(t) \end{cases} \qquad (9)$$

Система составляется по следующим правилам. Производная вероятности состояния равна сумме стольких слагаемых, сколько стрелок связано с этим состоянием. Каждое слагаемое равно произведению интенсивности потока событий, переводящего систему по данной стрелке, на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка. Слагаемое имеет знак «минус», если стрелка исходит из данного состояния, а знак «плюс» — если стрелка направлена в данное состояние. Полученная система уравнений называется **системой уравнений А.Н. Колмогорова**.

Например, для графа состояний, показанного на рис. 4, получим следующую систему дифференциальных уравнений.

Система решается с помощью *преобразований Лапласа* или *численными методами*. При $t \to \infty$ справедлива **предельная теорема А.А. Маркова**: если все интенсивности потоков событий постоянны, а граф состояний таков, что из каждого состояния можно перейти в каждое другое за конечное число шагов, то предельные вероятности состояний существуют и не зависят от начального состояния системы. В соответствии с этой теоремой при $t \to \infty$ производная $\dfrac{dP_i(t)}{dt} \to 0$ и система дифференциальных уравнений превращается в однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -\lambda_{01}P_0(t) - \lambda_{02}P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) + \mu_{20}P_2(t) = 0 \\ \lambda_{01}P_0(t) - \mu_{10}P_1(t) + \lambda_{12}P_2(t) = 0 \\ \lambda_{02}P_0(t) + \lambda_{12}P_1(t) - \mu_{20}P_2(t) = 0 \end{cases} \qquad (10)$$

Система дополняется нормировочным уравнением

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1.$$

Количественные оценки показателей надежности, такие как интенсивность отказов λ, частота отказов α, интенсивность восстановления μ и другие можно определить экспериментально в результате проведения испытаний на надежность.

В результате испытаний можно определить $P(t)$ лишь приближенно, в виде статистической оценки, обозначаемой тильдой, т.е.

$$\tilde{P}(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

где $n(t)$ — количество объектов, отказавших к моменту времени t, при их исходном количестве N_0.

Плотность распределения наработки до отказа называют *частотой отказов*. Экспериментально частота отказов определяется как *отношение числа отказавших объектов в единицу времени к первоначальному числу объектов при условии*, что все вышедшие из строя объекты не восстанавливаются. Согласно этому определению

$$\tilde{\alpha} = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t},$$

где $n(\Delta t)$ — число отказавших объектов в интервале времени от $t - \Delta t/2$ до $t + \Delta t/2$.

Средняя наработка до отказа $\overline{T}_o$ определяется как математическое ожидание времени до первого отказа. Средняя наработка до отказа является средним показателем и не отражает характер распределения времени до отказа.

По статистическим данным об отказах средняя наработка до первого отказа вычисляется по формуле

$$\overline{T_o} = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} t_i}{N_0},$$

где t_i — время безотказной работы i-го объекта.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ выражает интенсивность процессов возникновения отказов.

Статистическая интенсивность отказов определяется отношением числа отказавших объектов в единицу времени к среднему числу объектов, исправно работающих в данный отрезок времени.

$$\tilde{\lambda} = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta t},$$

где $N_{\text{ср}} = \dfrac{N_i + N_{i+1}}{2}$ — среднее число исправно работающих объектов в интервале Δt;

N_i — число объектов, исправно работающих в начале интервала Δt;

N_{i+1} — число объектов, исправно работающих в конце интервала Δt.

Вероятностная оценка этой характеристики находится из выражения

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{P(t)}.$$

Задача 1

На испытании находилось N_0 образцов неремонтируемой аппаратуры. Число отказов $n(\Delta t)$ фиксировалось через каждые Δt часов работы. Требуется вычислить количественные характеристики надежности и построить зависимости характеристик от времени. Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 1.

Таблица 1

Предпоследняя цифра учебного шифра студента	Последняя цифра учебного шифра студента	N_0	t, ч	Δt	$n(\Delta t_1)$
Четная или 0	1	1000	8000	1000	50
	2	1000	14000	1000	50
	3	1300	15000	1000	10
	4	1200	14000	1000	20
	5	1500	13000	1000	20
	6	1000	800	100	15
	7	1000	1300	100	13
	8	1000	1200	100	14
	9	1000	900	100	14
	0	1000	10000	1000	40
Нечетная	1	1000	15000	1000	40
	2	1000	11000	1000	50
	3	1000	12000	1000	40
	4	1000	1300	100	13
	5	1000	1500	100	12
	6	1000	1100	100	25
	7	1300	9000	1000	20
	8	1200	14000	1000	6
	9	1500	10000	1000	5
	0	1000	1400	100	14

Число зафиксированных отказов в последующие моменты времени находится по формуле:

$$n(\Delta t_i) = n(\Delta t_1)k,$$

где i — номер интервала времени;

k — множитель, значение которого приведены в табл. 2.

Таблица 2

i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	0,5	0,6	0,3	0,7	0,4	0,9	0,8	0,5	0,2	0,4	0,4	0,3	0,1	0,1

Типовой пример. На испытании находилось $N_0 = 1000$ образцов неремонтируемой аппаратуры. Число отказов $n(\Delta t)$ фиксировалось через каждые 100 ч работы ($\Delta t = 100$ ч). Данные об отказах приведены в табл. 3. Требуется вычислить количественные характеристики надежности.

Таблица 3

Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$	Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$	Δt_i, ч	$n(\Delta t_i)$
0-100	50	1000-1100	15	2000-2100	12
100-200	40	1100-1200	14	2100-2200	13
200-300	32	1200-2300	14	2200-2300	12
300-400	25	1300-1400	13	2300-2400	13
400-500	20	1400-1500	14	2400-2500	14
500-600	17	1500-1600	13	2500-2600	16
600-700	16	1600-1700	13	2600-2700	20
700-800	16	1700-1800	13	2700-2800	25
800-900	15	1800-1900	14	2800-2900	30
900-1000	14	1900-2000	12	2900-3000	40

Решение. Аппаратура относится к классу невосстанавливаемых изделий, поэтому необходимо рассчитать следующие характеристики надежности: $P(t)$, $\alpha(t)$, $\lambda(t)$, $\overline{T_o}$.

Вычислим статистическую вероятность безотказной работы по формуле: $\tilde{P}(t) = \dfrac{N_0 - n(t)}{N_0}$. На основании этого имеем:

$$P(100) = \frac{1000 - n(100)}{1000} = \frac{1000 - 50}{1000} = 0{,}95,$$

$$\tilde{P}(200) = \frac{1000 - n(200)}{1000} = \frac{1000 - 90}{1000} = 0{,}91 \text{ и т.д. до } P(3000).$$

Статистическую частоту отказов найдем из выражения

$$\tilde{\alpha} = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}.$$

$$\tilde{\alpha}(50) = \frac{n(100)}{1000 \cdot 100} = \frac{50}{10^5} = 5 \cdot 10^{-4} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч},$$

$$\tilde{\alpha}(150) = \frac{40}{1000 \cdot 100} = 0{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч, и т.д. до } \tilde{\alpha}(2950).$$

Статистическая интенсивность отказов определим по формуле:

$$\tilde{\lambda} = \frac{n(\Delta t)}{N_{ср} \Delta t}.$$

$$\tilde{\lambda}(50) = \frac{n(100)}{N_{ср} \cdot 100} = \frac{50}{100 \cdot (1000 + 950)/2} = 0{,}514 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч},$$

$$\tilde{\lambda}(150) = \frac{n(200)}{N_{ср} \cdot 100} = \frac{40}{100 \cdot (950 + 910)/2} = 0{,}43 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч и т.д. до}$$

$$\tilde{\lambda}(2950).$$

Задача 2

Выполнить ориентировочный расчет надежности системы состоящей из пяти устройств, вероятности исправной работы которых в течение времени t ч равны $p_1(t)$, $p_2(t)$, $p_3(t)$, $p_4(t)$, $p_5(t)$. Требуется определить частоту отказов системы в момент времени t и среднюю наработку до первого отказа. Предполагается, что отказы устройств независимы и для них справедлив экспоненциальный закон надежности.

Значение времени и вероятностей исправной работы выбираются из табл. 4. По последней цифре шифра студента выбираются t, $p_2(t)$, $p_4(t)$, по предпоследней — $p_1(t)$, $p_3(t)$, $p_5(t)$.

Таблица 4

Цифра шифра студента		t	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$p_3(t)$	$p_4(t)$	$p_5(t)$
Последняя	Предпоследняя						
0	0	100	0,999	0,997	0,995	0,9993	0,998
1	1	200	0,998	0,9993	0,9998	0,997	0,9994
2	2	400	0,9996	0,995	0,9991	0,995	0,999
3	3	500	0,997	0,9996	0,998	0,9996	0,9993
4	4	300	0,9994	0,996	0,9993	0,999	0,996
5	5	700	0,995	0,999	0,997	0,9994	0,9998
6	6	900	0,9993	0,998	0,9994	0,996	0,9996
7	7	800	0,9998	0,9994	0,9996	0,998	0,9991
8	8	1000	0,9991	0,9997	0,9995	0,9998	0,995
9	9	600	0,996	0,9998	0,996	0,9991	0,997

Типовой пример. Система состоит из трех приборов, вероятности исправной работы которых в течение времени $t = 100$ ч равны $p_1(100) = 0{,}999$, $p_2(100) = 0{,}9998$, $p_3(100) = 0{,}9996$. Требуется определить частоту отказов системы в момент времени $t = 100$ ч.

Предполагается, что отказы приборов независимы и для них справедлив экспоненциальный закон надежности.

Решение. По условию задачи отказы приборов независимы, поэтому вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы приборов, т.е.

$$P_c(t) = p_1(t)\,p_2(t)\,p_3(t).$$

Поскольку рассматриваемая система является высоконадежной, то для определения вероятности безотказной работы системы можно воспользоваться формулой:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t).$$

Отсюда $P_c(100) \approx 1 - \sum_{i=1}^{3} q_i(100) =$

$$= 1 - (0{,}001 + 0{,}0002 + 0{,}0004) = 0{,}9984.$$

Поскольку вероятность безотказной работы близка к единице, то интенсивность отказов можно найти из выражения:

$P_c(t) = 1 - \lambda_c t$, откуда $\lambda_c = \dfrac{1 - P_c(t)}{t}$. Подставляя значения $P_c(100)$ и время $t = 100$ ч, получим:

$$\lambda_c = \frac{1 - 0{,}9984}{100} = 1{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}.$$

Тогда частота отказов будет равна:

$$a_c(t) = \lambda_c(1 - \lambda_c t) = 1{,}6 \cdot 10^{-5}(1 - 1{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 100) = 1{,}59744 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}.$$

Задача 3

Схема расчета надежности резервированной системы приведена на рис. 5. Вариант для расчета выбирается по последней цифре учебного шифра студента. Интенсивности отказов устройств имеют следующие значения:

$$\lambda_1 = n_1 \cdot 10^{-4} \text{ 1/};\ \lambda_2 = n_2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};\ \lambda_3 = \frac{1}{n_1} \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч};\ \lambda_4 = \frac{1}{n_2} \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч},$$

где n_1 — последняя цифра шифра студента (цифра 0 соответствует $n_1 = 10$);
n_2 — предпоследняя цифра шифра студента (цифра 0 соответствует $n_2 = 10$).

Предполагается, что последствия отказов устройств отсутствуют. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы и вероятность ее безотказной работы в течение 100 часов.

Типовой пример. Схема расчета надежности резервированной системы приведена на рис. 6.

Интенсивности отказов устройств имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0{,}23 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

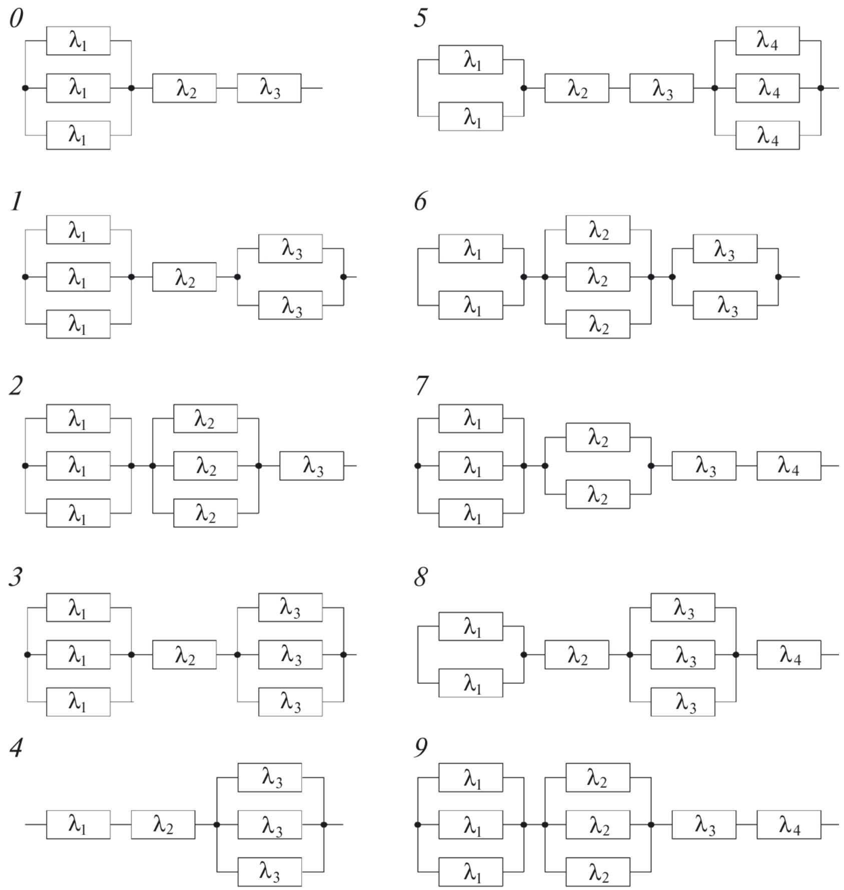

Рис. 5. Схемы расчета надежности систем

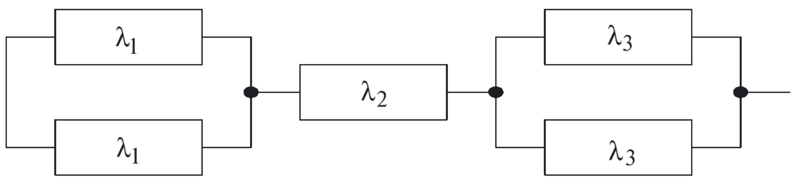

Рис. 6. Схема расчета надежности системы

Предполагаем, что последействие отказов элементов отсутствует. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Готовой формулы для средней наработки до первого отказа в рассматриваемом случае нет. Поэтому необходимо воспользоваться соотношением

$$\overline{T}_{o.c} = \int_0^\infty P_c(t)dt.$$

Найдем выражение для вероятности безотказной работы системы $P_c(t)$. Очевидно, $P_c(t) = P_{\mathrm{I}}(t)\cdot P_{\mathrm{II}}(t)\cdot P_{\mathrm{III}}(t)$,

где $P_{\mathrm{I}}(t) = 1-\left[1-p_1(t)\right]^2 = 2p_1(t) - p_1^2(t),$

$$P_{\mathrm{III}}(t) = 1-\left[1-p_3(t)\right]^2 = 2p_3(t) - p_3^2(t)..$$

Тогда, подставляя значения $P_{\mathrm{I}}(t)$ и $P_{\mathrm{III}}(t)$ в выражение для $P_c(t)$, получим:

$$P_c(t) = \left[2p_1(t) - p_1^2(t)\right]\cdot p_2(t)\cdot\left[2p_3(t) - p_3^2(t)\right] = 4p_1(t)\cdot p_2(t)\cdot p_3(t) -$$
$$-2p_1^2(t)\cdot p_2(t)\cdot p_3(t) - 2p_1(t)\cdot p_2(t)\cdot p_3^2(t) + p_1^2(t)\cdot p_2(t)\cdot p_3^2(t).$$

Так как $p_1(t) = e^{-\lambda_1\cdot t}$, $p_2(t) = e^{-\lambda_2\cdot t}$, $p_3(t) = e^{-\lambda_3\cdot t}$, то

$$P_c(t) = 4e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)\cdot t} - 2e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} - 2e^{-(\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t} + e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t} =$$
$$= 4e^{-0{,}68\cdot 10^{-3}t} - 2e^{-0{,}91\cdot 10^{-3}t} - 2e^{-1{,}08\cdot 10^{-3}t} + e^{-1{,}31\cdot 10^{-3}t}.$$

$$\overline{T}_{o.c} = \int_0^\infty P_c(t)dt =$$
$$= \frac{4}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} - \frac{2}{2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} - \frac{2}{\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3} + \frac{1}{2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3}.$$

Подставляя в выражение для $\overline{T}_{o.c}$ значение интенсивности отказов из условия задачи, получаем

$$\overline{T}_{o.c} = \frac{4}{10^{-3}\left(0,23+0,05+0,4\right)} - \frac{2}{10^{-3}\left(0,46+0,05+0,40\right)} -$$

$$- \frac{2}{10^{-3}\left(0,23+0,05+0,8\right)} + \frac{1}{10^{-3}\left(0,46+0,05+0,8\right)} \approx 2590 \text{ ч.}$$

Задача 4

Составить систему уравнений Колмогорова для графов состояний резервированной системы, изображенных на рис. 7, *а–г* (в соответствии с вариантом, выбираемым из табл. 5). Рассчитать коэффициент готовности системы ($K_г = P_0 + P_1$), решив полученную систему уравнений. Интенсивности отказов и восстановлений устройств, входящих в систему имеют следующие значения:

$$\lambda = n_1 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}, \ \mu = n_2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч},$$

где n_1 и n_2 — соответственно последняя и предпоследняя цифра учебного шифра (для цифры 0 значения n_1 и n_2 принимаются равными 10).

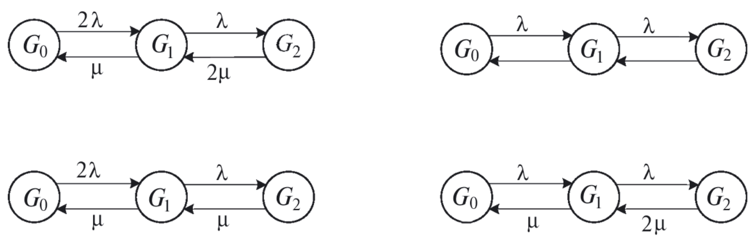

Рис. 7. Графы состояний резервированных систем

Таблица 5

Последняя цифра учебного шифра студента	Предпоследняя цифра учебного шифра студента	Номер графа
четная	четная	1
четная	нечетная	2
нечетная	четная	3
нечетная	нечетная	4

Задача 5

Для повышения надежности программы применили модифицированное дуальное программирование. Допустимая погрешность вычислений первой программы δ_1, второй — δ_2. Вероятности отказов программ q_1 и q_2 соответственно. Определить среднюю погрешность вычислений системы из двух программ и вероятность отказа системы. Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 6.

Таблица 6

Предпоследняя цифра учебного шифра студента	Последняя цифра учебного шифра студента	δ_1	δ_2	q_1	q_2
Четная или 0	1	0,08	0,15	0,0005	0,0002
	2	0,075	0,1	0,0006	0,0004
	3	0,05	0,09	0,0007	0,0003
	4	0,1	0,15	0,0005	0,0003
	5	0,045	0,08	0,0008	0,0005
	6	0,025	0,06	0,0003	0,00002
	7	0,03	0,075	0,005	0,0006
	8	0,15	0,2	0,002	0,0002
	9	0,035	0,05	0,00005	0,00002
	0	0,07	0,12	0,00008	0,00005
Нечетная	1	0,15	0,2	0,002	0,0006
	2	0,035	0,05	0,005	0,00002
	3	0,07	0,12	0,0005	0,00005
	4	0,08	0,15	0,004	0,0003
	5	0,075	0,1	0,0008	0,00005
	6	0,05	0,09	0,0007	0,00007
	7	0,03	0,075	0,003	0,0004
	8	0,025	0,06	0,00007	0.00003
	9	0,045	0,08	0,0006	0,0001
	0	0,1	0,15	0,008	0,0005

При модифицированном дуальном программировании, наряду с достаточно точной, но сложной основной программой используется менее точная, но простая резервная программа. Если при одинаковых исходных данных результаты программ отличаются на величину большую, чем допустимая погрешность, делается предположение о том, что отказала основная программа, как менее надежная, и в качестве правильного результата принимается результат, полученный при помощи резервной программы. В результате средняя погрешность работы двух программ несколько увеличивается, а вероятность отказа уменьшается.

Пусть погрешность вычислений первой программы δ_1, погрешность вычислений второй программы — δ_2. Вероятность отказа первой программы составляет q_1, второй программы — q_2. При независимости этих программ возможны следующие несовместимые события:

1) обе программы работают безотказно, вероятность этого события $p = 1 - q_1 - q_2 + q_1 q_2$, погрешность результата — δ_1;

2) откажет основная программа; вероятность этого события $q_{01} = q_1(1 - q_2) = q_1 - q_1 q_2$, погрешность результата — δ_2;

3) откажет резервная программа; вероятность этого события $q_{10} = q_2(1 - q_1) = q_2 - q_2 q_1$, погрешность результата δ_3;

4) откажут и основная и резервная программы; вероятность этого события $q_{11} = q_1 q_2$, погрешность δ_3.

Следовательно, погрешность системы из двух программ

$\delta_{12} = \dfrac{p\delta_1 + q_{01}\delta_2}{p + q_{01}}$, при вероятности отказа системы $q_c = q_{10} + q_{11}$.

Рекомендуемая литература

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов: Уч. пос. — СПб.: Питер, 2005. — 479 с.

2. Иыуду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем. — М.: Высшая школа, 1991. — 216 с.

3. Ушаков И.А. Вероятностные модели надежности информационно-вычислительных систем. — М.: Радио и связь, 1991. — 141 с.

4. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Шаманов В.И. Надежность систем железнодорожной автоматики и связи: Уч. пос. для вузов железнодорожного транспорта. — М.: Центр. Компьютеры, 2003.

5. Сборник задач по теории надежности. — М.: Советское радио, 1972.

6. Горелик А.В., Ермакова О.П. Надежность информационных систем. Основы надежности устройств ЖАТС. — М.: РГОТУПС, 2003. — 87 с.

7. Каган Б.М., Мкртумян И Б. Основы эксплуатации ЭВМ: Уч. пос. для вузов /Под ред. Б.М. Кагана. — М.: Энергоатомиздат, 1988. — 376 с.

8. Вероятностные методы в вычислительной технике: Уч. пос. для вузов / Под ред. А.И. Лебедева, Е.А. Чернявского. — М.: Высшая школа, 1986. — 312 с.

9. Литвинский И.Е., Прохоренко В.А. Обеспечение безотказности персональных ЭВМ. — М.: Радио и связь, 1993. — 205 с.

10. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. — М.: Наука, 1991.

НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Задание на курсовую работу
с методическими указаниями

Редактор *Д.Н. Тихонычев*
Корректор *В.В. Игнатова*
Компьютерная верстка *Е.Ю. Русалева*

Тип. зак.	Изд. зак. 245	Тираж 200 экз.
Подписано в печать 25.02.05	Гарнитура Times.	Офсет
Усл. печ. л. 1,75		Формат 60г90 $^{1}/_{16}$

Издательский центр РГОТУПСа,
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

Участок оперативной печати РГОТУПСа,
125993, Москва, Часовая ул., 22/2