

19/1/1

Одобрено кафедрой  
«Автоматика и телемеханика  
на железнодорожном  
транспорте»

Утверждено  
деканом факультета  
«Управление процессами  
перевозок»

## **ТЕОРИЯ ДИСКРЕТНЫХ УСТРОЙСТВ АВТОМАТИКИ И ТЕЛЕМЕХАНИКИ**

Рабочая программа  
и задание на контрольную работу  
с методическими указаниями  
для студентов III курса

специальностей

210700. АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНИКА И СВЯЗЬ  
НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ (АТС)  
101800. ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЕ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ (ЭНС)



Москва – 2002

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

### 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Программа разработана на основании примерной учебной программы дисциплины, составленной в соответствии с государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки инженера по специальности по специальностям 210700 «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» и 101800 «Электроснабжение железных дорог».

Составители — канд. техн. наук, доц. Ю.Г. БОРОВКОВ,  
доц. С.П. КОРЯКОВЦЕВ

Рецензент — канд. техн. наук, доц. В.А. КАМНЕВ

Курс — III

Всего часов — 108 ч.

Лекционные занятия — 12 ч.

Практические занятия — 4 ч.

Контрольные работы — 1 (количество)

Самостоятельная работа — 77 ч.

Зачет — 1 (количество)

**1.1. Цель преподавания дисциплины** — изложение основ теории анализа и синтеза дискретных устройств, применяемых при автоматизации технологических процессов железнодорожного транспорта, и объяснение принципов построения безопасных дискретных устройств железнодорожной автоматики и телемеханики.

Во время обучения студент получает теоретические и практические знания по логическим дискретным элементам железнодорожной автоматики и телемеханики и методам синтеза на их основе дискретных устройств автоматики широкого применения. Это достигается с помощью лекций, практических занятий в лабораториях с использованием современного оборудования, выполнения контрольной работы и самоподготовки студента.

**1.2. Задачи изучения дисциплины.** Изучив дисциплину, студент должен:

*1.2.1. Знать:*

- основные понятия и законы булевой алгебры логики;
- теорию абстрактного и структурного синтеза комбинационных и конечных автоматов;
- основы теории алгоритмов и элементы дискретных микропроцессорных устройств.

*1.2.2. Уметь:*

- составлять структурные формулы дискретных устройств автоматики и осуществлять их преобразование с использованием различных базисов;
- производить минимизацию функций алгебры логики, заданных в совершенных нормальных формах;
- на практике применять полученные знания для технического синтеза конкретных дискретных устройств автоматики и телемеханики;

### 1.2.3. *Иметь представление:*

— о средствах, с помощью которых можно описывать функционирование специализированных дискретных устройств автоматики и телемеханики;

— о том, как производится анализ, синтез и оптимизация структуры дискретных устройств;

— о современных тенденциях в области построения безопасных дискретных устройств железнодорожной автоматики и телемеханики.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Программа по дисциплине «Теория дискретных устройств» для удобства пользования представлена в виде перечня тем, каждая из которых объединяет логически завершенный материал. По каждой теме указаны соответствующие разделы литературы.

**2.1. Введение.** История развития и применения теории дискретных устройств. Дискретные устройства железнодорожной автоматики и телемеханики и их специфика. Роль отечественных ученых в разработке теоретических основ анализа и синтеза дискретных устройств.

[1, предисловие; 2, гл. 1]

**2.2. Основные понятия теории дискретных устройств.** Дискретное время и дискретная информация. Классификация дискретных устройств. Задачи анализа и синтеза дискретных устройств. Характеристики релейно-контактных и бесконтактных элементов дискретных устройств.

[1, гл. 1; 2, гл. 1 и 3]

**2.3. Функции алгебры логики.** Логические операции и логические элементы. Техническая реализация логических элементов. Понятие булевой функции. Элементарные функции алгебры логики (ФАЛ). Способы задания ФАЛ. Полные

системы функций. Понятие о базисе. Базис И, ИЛИ, НЕ. Основные законы алгебры логики. Нормальные формы ФАЛ. Базисы И-НЕ и ИЛИ-НЕ. Минимизация функций алгебры логики.

[1, гл. 2; 2, гл. 4, 5 и 6]

**2.4. Синтез комбинационных автоматов.** Синтез контактных схем. Синтез комбинационных автоматов на бесконтактных логических элементах в базисах И-НЕ и ИЛИ-НЕ. Синтез комбинационных автоматов специального назначения (дешифраторов, шифраторов, мультиплексоров, сумматоров и т.д.). Состязания в комбинационных устройствах. Быстродействие комбинационных устройств. Структурный анализ комбинационных автоматов.

[1, гл. 3; 2, гл. 7]

**2.5. Дискретные автоматы с памятью.** Понятие конечного автомата. Способы задания синхронного автомата. Способы задания асинхронного автомата.

Полностью и неполностью определенные автоматы. Абстрактный синтез дискретных автоматов с памятью.

[1, гл. 4; 2, гл. 8 и 9]

**2.6. Структурный синтез дискретных автоматов с памятью.** Алгоритм структурного синтеза. Синтез автомата с памятью. Элементы памяти и их техническая реализация. Регистры памяти. Двоичные счетчики и их применение.

Распределители импульсов.

[1, гл. 4; 2, гл. 10]

**2.7. Микропроцессорные дискретные устройства.** Общие понятия о микропроцессоре (МП). Основные характеристики МП. Архитектура МП. Общие понятия о микроЭВМ. Типовые серии интегральных микросхем для синтеза микропроцессорных дискретных устройств.

[6, гл. 1 и 2]

**2.8. Дискретные устройства с исключением опасных отказов.** Понятие об опасном отказе. Опасные отказы в комбинационных схемах. Опасные отказы в логических схемах с памятью. Логические элементы безопасных систем железнодорожной автоматики и телемеханики. Принципы построения надежных и безопасных дискретных устройств.

[1, гл. 8]

### 3. ВИДЫ РАБОТ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ

Курс — III

Всего часов — 108 ч.

Лекционные занятия — 12 ч.

Практические занятия — 4 ч.

Контрольная работа — 1 (количество).

Самостоятельная работа — 77 ч.

Экзамены — 1 (количество)

### 4. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	Наименование темы	Количество часов
1	Дискретные устройства железнодорожной автоматики и телемеханики и их специфика. Роль отечественных ученых в разработке теоретических основ анализа и синтеза дискретных устройств. Классификация дискретных устройств. Задачи анализа и синтеза дискретных устройств	2
2	Логические операции и логические элементы. Элементарные функции алгебры логики (ФАЛ). Способы задания ФАЛ. Понятие о базисе. Базис И, ИЛИ, НЕ	2
3	Основные законы алгебры логики. Нормальные формы ФАЛ. Минимизация функций алгебры логики.	2
4	Синтез контактных схем. Синтез комбинационных автоматов на бесконтактных логических элементах в базисах И-НЕ и ИЛИ-НЕ. Структурный анализ комбинационных автоматов.	2

Окончание табл.

5	Способы задания синхронных и асинхронных автоматов. Абстрактный синтез дискретных автоматов с памятью. Алгоритм структурного синтеза автомата с памятью.	2
6	Понятие об опасном отказе. Опасные отказы в комбинационных и логических схемах с памятью. Принципы построения надежных и безопасных дискретных устройств.	2

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ, КОТОРЫЕ СТУДЕНТЫ ДОЛЖНЫ ПРОРАБОТАТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. История развития и применения теории дискретных устройств.

2. Дискретное время и дискретная информация. Характеристика релейно-контактных и бесконтактных элементов дискретных устройств.

3. Техническая реализация логических элементов. Понятие булевой алгебры. Полные системы функций. Базисы И-НЕ и ИЛИ-НЕ.

4. Синтез комбинационных автоматов специального назначения (дешифраторов, шифраторов, мультиплексоров, сумматоров и т.д.). Составления в комбинационных устройствах. Быстродействие комбинационных устройств.

5. Понятие конечного автомата. Полностью и неполностью определенные автоматы.

6. Синтез автомата с памятью. Элементы памяти и их техническая реализация. Регистры памяти. Двоичные счетчики и их применение. Распределители импульсов.

7. Общие понятия о микропроцессоре (МП). Основные характеристики и архитектура МП. Общие понятия о микроЭВМ. Типовые серии интегральных микросхем для синтеза микропроцессорных дискретных устройств.

8. Логические элементы безопасных систем железнодорожной автоматики и телемеханики.

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Синтез комбинационных автоматов специального назначения — 2 ч.
2. Абстрактный и структурный синтез конечных автоматов — 2 ч.

## 7. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

**7.1.** В состав контрольной работы входят две задачи:

- задача 1 предусматривает синтез функциональной схемы логического устройства, реализующего заданную функцию алгебры логики;
- задача 2 предусматривает синтез конечного автомата Мили и его структурной схемы по заданным таблицам переходов и выходов.

**7.2.** Примерный объем графической части работы составляет один лист формата А4. Для выполнения контрольной работы необходимо не менее 12 часов.

## 8. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Обязательная литература

1. Сапожников В.В. и др. Теория дискретных устройств железнодорожной автоматики, телемеханики и связи. — М.: УМК МПС России, 2001. — 312 с.
2. Шалягин Д.В. Теоретические основы автоматики и телемеханики на железнодорожном транспорте: Ч.1. Дискретные автоматы. — М.: РГОТУПС, 1998. — 144 с.

### 8.2. Рекомендуемая литература

1. Сапожников В.В. и др. Теоретические основы железнодорожной автоматики и телемеханики. — М.: Транспорт, 1996.

2. Пухальский Г.И., Новосельцева Т.Я. Проектирование дискретных устройств на интегральных микросхемах. — М.: Радио и связь, 1990.

3. Шоломов Л.А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. — М.: Наука, 1980.

4. Поспелов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем. — М.: Энергия, 1974.

5. Тугевич В.Н. Телемеханика. — М.: Высшая школа, 1985.

6. Щелкунов Н.Н., Дианов А.П. Микропроцессорные средства и системы. — М.: Радио и связь, 1989.

## 9. КОМПЬЮТЕРНЫЕ ПРОГРАММЫ

Программа моделирования дискретных логических устройств

## 10. ДРУГИЕ МАТЕРИАЛЫ И ПОСОБИЯ

Рабочая программа и задание на контрольную работу с методическими указаниями для студентов III курса. — М.: РГОТУПС, 2002.

## 11. КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

При изучении тем, которые студенты должны проработать самостоятельно, а также при выполнении контрольной работы необходимо использовать материал, изученный в следующих дисциплинах:

1. Электроника;
2. Теоретические основы электротехники.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

### ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Для успешного выполнения контрольной работы студент должен иметь представление об основных функциях и законах алгебры логики, способах задания и минимизации функций алгебры логики, а также о методах синтеза комбинационных дискретных устройств и конечных автоматов. Прежде, чем приступить к выполнению контрольной работы, студент должен изучить соответствующие разделы основной [1 и 2] и рекомендуемой литературы [4].

Цель контрольной работы — закрепить знания, полученные студентом при самостоятельном изучении дисциплины.

Необходимые чертежи выполняются карандашом на белой бумаге стандартных размеров: 297×210 мм. Пояснительная записка пишется на одной стороне стандартного листа аналогичного формата. Все листы записки, в том числе чертежи и таблицы, должны быть сброшюрованы и иметь сплошную нумерацию, показанную в правом верхнем углу каждого листа. Для замечаний рецензента слева оставляют поля шириной 4 см. Исправления по замечаниям делаются на чистой стороне листа рядом с замечаниями рецензента.

Контрольная работа содержит задание, состоящее из двух задач. Пояснительная записка должна содержать исходные данные по варианту, краткие пояснения к методике решения каждой задачи с приложением необходимых чертежей и таблиц. Чертеж вставляется в пояснительную записку после той страницы, на которой имеется первая ссылка на него. Пояснения выполненной студентом работы должны быть краткими и разборчивыми для чтения.

В конце пояснительной записки следует привести список использованной литературы.

## ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

### Задача 1

Условия работы комбинационного устройства, имеющего четыре входа (X1, X2, X3, X4) и один выход F, заданы таблицей истинности (табл. 1), где индекс при F соответствует номеру варианта, определяемого последней цифрой шифра студента.

Требуется синтезировать функциональную логическую схему устройства в базисе И-НЕ (для четного номера варианта) и ИЛИ-НЕ (для нечетного номера варианта), применяя методы минимизации заданной логической функции с помощью алгебраических преобразований и с использованием карт Карно.

Таблица 1

Таблица истинности комбинационных устройств

№ набора	X1	X2	X3	X4	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9
0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
5	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
7	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
8	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
10	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
11	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
12	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
13	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1

### Методические указания к выполнению задачи 1

Для построения функциональной логической схемы необходимо сформулировать условия ее работы и записать их в виде логической функции — ФАЛ.

Синтез логической схемы включает в себя несколько этапов:

1) задание ФАЛ в виде таблицы истинности, в которой для каждого набора значений входных переменных указывают значение функции (0 или 1);

2) переход от таблицы истинности к структурной формуле в базисе И, ИЛИ, НЕ;

3) минимизация ФАЛ;

4) выбор элементной базы и запись структурной формулы минимизированной ФАЛ в выбранном базисе (И-НЕ или ИЛИ-НЕ);

5) построение функциональной логической схемы комбинационного устройства, последовательность соединения элементов которой определяется последовательностью выполнения логических операций в структурной формуле.

Таблица истинности заданной ФАЛ составляется в зависимости от варианта по табл. 1. При переходе от таблицы истинности к структурной формуле применяют два способа составления последней. Если количество наборов значений входных переменных, при которых значение функции равно 1, значительно превышает количество наборов, при которых функция принимает нулевое значение, то применяют совершенную дизъюнктивную нормальную форму СНДФ представления ФАЛ, в противном случае, используют совершенную нормальную конъюнктивную нормальную форму СНКФ записи структурной формулы ФАЛ.

Правило составления записи структурной формулы в виде СНДФ заключается в том, что для каждой строки таблицы истинности, в которой значение функции равно 1, записывается конъюнкция (произведение) всех входных переменных, которая на данном наборе значений входных переменных равна 1, а затем производится логическое сложение элементарных произведений. Если значение какой-либо входной переменной, например  $x$ , в строке таблицы истинности равно нулю, то такая переменная записывается в виде своей инверсии —  $\bar{x}$ .

Правило составления записи структурной формулы в виде СНКФ заключается в том, что для каждой строки таблицы истинности, в которой значение функции равно 0, записывается дизъюнкция (сумма) всех входных переменных, которая на данном наборе значений входных переменных равна 0, после чего производится логическое умножение элементарных сумм. При этом, если значение какой-либо входной переменной в строке таблицы истинности равно 1, то такая переменная записывается в виде своей инверсии.

Рассмотрим пример составления структурной формулы для ФАЛ, заданной таблицей истинности (табл. 2) применительно к трем входным переменным ( $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ ).

Таблица 2

Таблица истинности для ФАЛ трех переменных

№ набора	$X_1$	$X_2$	$X_3$	F
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	0	1	0	0
3	1	1	0	1
4	0	0	1	0
5	1	0	1	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

Составим структурную формулу ФАЛ в виде СНДФ для единичных значений функции F, руководствуясь вышеизложенными принципами:

$$F(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot X_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$$

Составим структурную формулу ФАЛ в виде СНКФ для нулевых значений функции F:

$$F(X1, X2, X3) = (X1 + X2 + X3)(X1 + \bar{X}2 + X3) \\ (X1 + X2 + \bar{X}3)(X1 + \bar{X}2 + \bar{X}3).$$

Так как функция F принимает единичное и нулевое значение на равном числе наборов значений входных переменных, то обе записи ФАЛ равноценны.

Минимизация ФАЛ заключается в нахождении нормальных форм ее записи (НДФ или НКФ), имеющих минимальное число вхождений входных переменных.

Напомним некоторые определения, которые полезно знать при рассмотрении различных методов минимизации применительно к записи ФАЛ в НДФ:

1) число переменных (с инверсией или без), входящих в слагаемое НДФ, называется его рангом. Например,  $X1X3$  имеет второй ранг,  $X1X2X3X4$  — четвертый;

2) два слагаемых СНДФ, отличающихся только одной переменной называются соседними;

3) НДФ функции называется тупиковой (ТНДФ), если она не содержит избыточных переменных, таких, которые можно изъять без нарушения эквивалентности исходной функции;

4) одной и той же ФАЛ может соответствовать несколько эквивалентных ТНДФ. Минимальной НДФ (МНДФ) называется ТНДФ, содержащая наименьшее число переменных по сравнению с другими эквивалентными тупиковыми формами.

Рассмотрим метод минимизации ФАЛ с помощью алгебраических преобразований исходной формулы. При минимизации ФАЛ следует применять основные законы булевой алгебры, которые приведены в прил. 1.

Наиболее эффективными и поэтому часто используемыми при минимизации являются закон склеивания (прил. 1.15) и закон поглощения (прил. 1.13). На первом этапе минимизации используют операции неполного склеивания, когда сохраняются слагаемые, имеющиеся в исходной формуле.

После того, как все операции склеивания выполнены, используют операции поглощения, после чего приступают к исключению избыточных слагаемых, применяя закон повторения (прил. 1.3).

Применим операцию неполного склеивания к исходной структурной формуле ФАЛ, представленной в СНДФ. Находим соседние слагаемые и производим их склеивание, сохраняя при этом исходные слагаемые:

$$F(X1, X2, X3) = X1 \cdot \bar{X}2 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot X2 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot \bar{X}2 \cdot X3 + \\ + X1 \cdot X2 \cdot X3 + X1 \cdot \bar{X}3(\bar{X}2 + X2) + X1 \cdot \bar{X}2(\bar{X}3 + X3) + \\ + X1 \cdot X2(\bar{X}3 + X3) + X1 \cdot X3(\bar{X}2 + X2) = X1 \cdot \bar{X}2 \cdot \bar{X}3 + \\ + X1 \cdot X2 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot \bar{X}2 \cdot X3 + X1 \cdot X2 \cdot X3 + X1 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot \bar{X}2 + \\ + X1 \cdot X2 + X1 \cdot X3 = X1 \cdot \bar{X}2 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot X2 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot \bar{X}2 \cdot X3 + \\ + X1 \cdot X2 \cdot X3 + X1 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot \bar{X}2 + X1 \cdot X2 + X1 \cdot X3 + \\ + X1(\bar{X}3 + X3) + X1(\bar{X}2 + X2) = X1 \cdot \bar{X}2 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot X2 \cdot \bar{X}3 + \\ + X1 \cdot \bar{X}2 \cdot X3 + X1 \cdot X2 \cdot X3 + X1 \cdot \bar{X}3 + X1 \cdot \bar{X}2 + X1 \cdot X2 + \\ + X1 \cdot X3 + X1 + X1.$$

Применим к полученному алгебраическому выражению операцию поглощения.

$$F(X1, X2, X3) = X1(\bar{X}2\bar{X}3 + X2\bar{X}3 + \bar{X}2X3 + X2X3 + \\ + \bar{X}3 + \bar{X}2 + X2 + X3 + 1 + 1) = X1.$$

Таким образом, в результате выполненных алгебраических преобразований исходной ФАЛ получили искомую минимальную тупиковую форму МНДФ:

$$F(X1, X2, X3) = X1.$$

Более удобным методом минимизации ФАЛ при малом числе переменных является метод диаграмм Вейча, основанный на использовании карт Карно для описания ФАЛ.

Карта Карно представляет собой прямоугольник, разбитый на клетки, число которых равно  $2^n$ , т.е. общему числу наборов значений  $n$  переменных ФАЛ. Таким образом, каждой клетке соответствует один единственный набор значений переменных, представляющих собой координаты, на пересечении которых находится данная клетка. В каждой клетке проставляется значение функции, которое она принимает на наборе значений переменных, являющихся ее координатами. Тогда, при представлении функции в СНДФ каждой клетке, содержащей единичное значение функции (например, с координатами  $X1=0, X2=1$  и  $X3=0$ ) будет соответствовать лишь одна конъюнкция переменных, та, которая принимает единичное значение на наборе значений координат данной клетки (в нашем примере, конъюнкция трех переменных будет иметь вид:  $\bar{X}1 \cdot X2 \cdot \bar{X}3$ ).

При представлении ФАЛ в СНКФ каждой клетке, содержащей 0, будет соответствовать лишь одна дизъюнкция переменных, та, которая принимает нулевое значение на наборе значений координат этой клетки. Так, для ячейки, содержащей нулевое значение функции при значениях координат, указанных выше, дизъюнкция трех переменных будет иметь следующий вид:  $X1 + \bar{X}2 + X3$ .

На рис. 1 представлена карта Карно для трех переменных  $X1, X2$  и  $X3$ , в ячейках которой проставлены значения функции  $F$ , на наборах значений координат, заданных табл. 2.

В карте Карно координаты соседних клеток должны отличаться одна от другой значением только одной переменной. Минимизация ФАЛ заключается в объединении сосед-

		X1			
		0	0	1	1
X2	0	0	0	1	1
	1	0	0	1	1
		X3			
		1	0	0	1

Рис. 1. Карта Карно для функции  $F$ , заданной табл. 2

них клеток, содержащих единичное (для получения НДФ) или 0 значения (для получения НКФ), что позволяет исключить одну переменную при объединении двух клеток, или две переменные при объединении четырех соседних клеток (вида  $1 \times 4, 4 \times 1$  или  $2 \times 2$ ) карты Карно.

В нашем случае, как видно из рис. 1, можно объединить 4 соседних клетки, содержащих 1 или 0, что говорит о том, что функция  $F$  зависит только от одной переменной  $X1$  и не зависит от значений переменных  $X2$  и  $X3$ . Т.е. МНДФ И МНКФ имеют одну и ту же минимальную тупиковую форму:  $F = X1$ .

Цифровые значения координат ячеек таблицы Карно можно заменить также переменными, которые при данных значениях координат принимают единичное или нулевое значение. На рис. 2 даны варианты представления карты Карно

		$\bar{x}1$	$\bar{x}1$	$x1$	$x1$
$\bar{x}2$		0	0	1	1
$x2$		0	0	1	1
		$x3$	$\bar{x}3$	$\bar{x}3$	$x3$

а)

		$x1$	$x1$	$\bar{x}1$	$\bar{x}1$
$x2$		0	0	1	1
$\bar{x}2$		0	0	1	1
		$\bar{x}3$	$x3$	$x3$	$\bar{x}3$

б)

Рис. 2. Варианты представления карты Карно для функции  $F$ :

а — для случая записи  $F$  в СНДФ; б — для случая записи  $F$  в СНКФ

На рис. 2, а в качестве координат используются переменные, которые принимают единичные значения при подстановке значений цифровых координат, в этом случае функция  $F$  может быть представлена в виде суммы произведений координат ячеек, в которых содержится единичное значение функции (СНДФ).

На рис. 2, б в качестве координат используются переменные, которые принимают нулевые значения при подстановке цифровых координат, тогда функция  $F$  может быть представлена в виде произведения сумм координат ячеек, в которых содержится нулевое значение функции (СНКФ).

Принцип минимизации ФАЛ путем исключения переменных аналогичен рассмотренному выше.

Для записи полученных в результате минимизации ФАЛ в базисах И-НЕ или ИЛИ-НЕ используют закон де Моргана (закон инверсии), согласно которому дизъюнкция  $n$  переменных равна инверсной функции от конъюнкции инверсий этих переменных и, наоборот, конъюнкция  $n$  переменных равна инверсной функции от дизъюнкции инверсий этих переменных.

Рассмотрим в качестве примера МНДФ следующей функции:

$$F(X1, X2, X3) = X1 \cdot X2 + \bar{X}2 \cdot X3 = a + b = F1(X1, X2) + F2(X2, X3).$$

В соответствии с законом де Моргана мы можем представить данную функцию в различных базисах.

**В базисе И-НЕ:**  $F = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}} = \overline{\overline{X1X2} \cdot \overline{X2X3}}$

**В базисе ИЛИ-НЕ:**

$$F = \overline{\overline{F1(X1, X2)} \cdot \overline{F2(X2, X3)}} = \overline{\overline{F1(X1, X2)} + \overline{F2(X2, X3)}} = \overline{\overline{X1 + X2} + \overline{X2 + X3}} = \overline{\overline{X1 + X2} + \overline{X2 + X3}}$$

Двойное инверсирование ФАЛ в последнем случае не изменяет функцию, но позволяет исключить одну логическую операцию ИЛИ путем замены ее на две операции ИЛИ-НЕ.

Для технической реализации ФАЛ используется количество логических элементов типа И-НЕ или ИЛИ-НЕ, равное числу инверсий в ее алгебраическом выражении. В рассматриваемом примере для реализации ФАЛ требуется четыре логических элемента И-НЕ или 7 элементов ИЛИ-НЕ. Так как любой из этих логических элементов должен иметь

по определению число входов не менее двух, то при наличии инверсии только одной переменной, эта переменная заменяется конъюнкцией двух переменных ( $x = xx$ ) в случае применения элемента И-НЕ или дизъюнкцией двух переменных ( $x = x + x$ ) при использовании элемента ИЛИ-НЕ.

Ниже на рис. 3 представлена техническая реализация функции  $F$  на логических элементах И-НЕ, а на рис.4 — ИЛИ-НЕ.

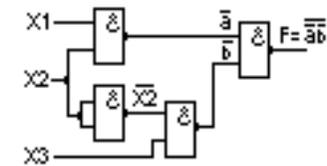


Рис. 3. Функциональная схема логического устройства, реализующего функцию  $F$  в базисе И-НЕ

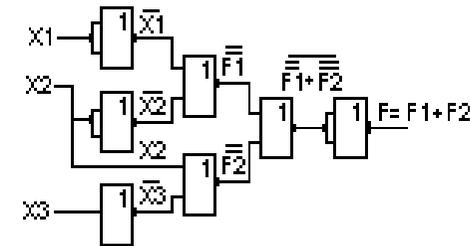


Рис. 4. Функциональная схема логического устройства, реализующего функцию  $F$  в базисе ИЛИ-НЕ

### Задача 2

Провести синтез автомата Мили, функционирование которого описывается заданными таблицами переходов и выходов. Изобразить граф синтезируемого автомата. Задать произвольную двоичную последовательность (входное слово), определить соответствующую двоичную выходную последовательность (выходное слово) автомата. Построить

структурную схему синтезированного автомата в базисе И, ИЛИ, НЕ.

Варианты таблиц переходов и выходов определяются следующим образом. По последней цифре шифра из табл. 3 определяется последовательность восьми состояний (из четырех заданных: A0, A1, A2, A3). Эта последовательность построчно слева направо и сверху вниз заносится в таблицу переходов, состоящую из двух строк, верхняя из которых определяет последующие состояния автомата под воздействием входного сигнала  $x=0$ , а нижняя —  $x=1$ .

Таблица 3

Последняя цифра шифра	Последовательность состояний автомата МИЛИ							
	A1	A3	A1	A0	A0	A2	A3	A3
0	A1	A3	A1	A0	A0	A2	A3	A3
1	A3	A1	A1	A0	A1	A2	A2	A3
2	A0	A1	A2	A3	A1	A0	A2	A1
3	A2	A0	A3	A0	A1	A0	A3	A2
4	A0	A0	A3	A3	A3	A2	A1	A1
5	A1	A0	A1	A3	A0	A3	A3	A2
6	A3	A3	A0	A2	A2	A1	A1	A1
7	A0	A1	A3	A3	A0	A0	A2	A1
8	A3	A2	A1	A0	A1	A2	A3	A2
9	A2	A0	A2	A0	A3	A1	A0	A2

Представить число из трех последних цифр шифра в двоичной системе счисления, добавив при необходимости слева нули до восьми разрядов или убрав (также слева) лишние, оставив восемь младших разрядов. Эта двоичная последовательность построчно слева направо и сверху вниз заносится в таблицу выходов, первая строка которой будет определять выходные сигналы автомата при воздействии входного сигнала  $x=0$ , а вторая —  $x=1$ .

Рассмотрим пример определения задания для шифра 98-АТС-5089. Из приведенной табл. 3 выбирается строка под номером 9. Число 089 или просто 89 записывается в двоичной системе счисления как 1011001. Добавим слева

0 до восьми разрядов. Получим в результате искомую последовательность 01011001.

Заполняем соответствующие таблицы, как это показано на рис. 5.

Таблица переходов					Таблица выходов				
Входной сигнал $x$	Состояние				Входной сигнал $x$	Состояние			
	A0	A1	A2	A3		A0	A1	A2	A3
0	A2	A0	A2	A0	0	0	1	0	1
1	A3	A1	A0	A2	1	1	0	0	1

Рис. 5

### Методические указания к выполнению задачи 2

#### Синтез последовательностных устройств

Известно, что для синтеза комбинационных схем требуется набор логических элементов, реализующих некоторую полную систему логических функций (базис). Особенность последовательностных схем состоит в том, что они обладают памятью, для реализации которой требуются дополнительные элементы. В качестве таких элементов используются триггеры.

Опишем структуру синтезируемого автомата Мили, относящегося к одной из разновидностей последовательностных схем.

Автомат состоит из набора  $m$  элементарных автоматов (триггеров  $T_1, T_2, \dots, T_m$ ), комбинация состояний которых в каждый момент времени определяет внутреннее состояние в целом всего автомата. Под воздействием входных сигналов автомат должен переходить из одного состояния в другое. Для изменения состояния автомата необходимо переключить один или несколько триггеров, определяющих состояние автомата. Переключение триггеров осуществляется подачей сигналов  $q_i$  на соответствующие входы. Так как новое состояние автомата определяется тем, каково было его предыдущее состояние и каков набор входных сигналов, то и сигнала-

лы  $q_i$  являются функциями выходных сигналов триггеров ( $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$ ) и входных сигналов автомата ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ).

Для формирования сигналов  $q_i$  управления триггерами используется комбинационное устройство. Структура этого устройства определяет функцию переходов автомата. Функция выходов реализуется другим комбинационным устройством, формирующим выходные сигналы автомата ( $y_1, y_2, \dots, y_k$ ). В автомате Мили выходные сигналы являются функциями его входных сигналов ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) и выходных сигналов триггеров ( $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$ ), в отличие от автомата Мура, в котором выходные сигналы являются функциями лишь выходных сигналов триггеров.

Функции переходов и выходов автомата могут быть заданы в форме таблиц переходов и выходов или с помощью графов. Столбцы таблиц (см. рис. 5) приписаны отдельным состояниям автомата, а строки — входным сигналам. На их пересечении в таблице переходов указано новое состояние, в которое переходит автомат, а в таблице выходов — выходной сигнал. Граф же состоит из узлов, отождествляемых с отдельными состояниями автомата. Связи между узлами показывают переходы автомата из одного состояния в другое под воздействием входных сигналов. На каждой связи сверху указывается входной сигнал, вызывающий данный переход, и сигнал, формируемый на выходе автомата до перехода его в новое состояние.

Таким образом, для синтеза автомата необходимо выполнить следующее:

а) определить какая комбинация состояний триггеров будет соответствовать каждому из внутренних состояний автомата, т.е. провести кодирование внутренних состояний автомата;

б) синтезировать комбинационное устройство формирования сигналов  $q_i$  управления триггерами, используя таблицу переходов;

в) синтезировать комбинационное устройство, формирующее выходные сигналы  $y_i$  автомата, используя таблицу выходов.

Рассмотрим выполнение этих этапов синтеза на примере реализации автомата, закон функционирования которого задан следующим графом на рис. 6.

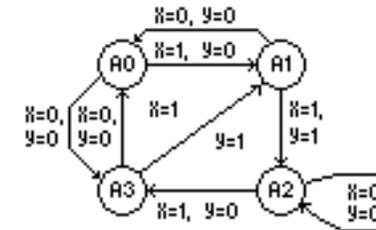


Рис. 6

Допустим для хранения состояния автомата используется память, построенная на  $m$  триггерах, каждый из которых имеет два состояния (0 или 1). Следовательно, число различных комбинаций состояний  $m$  триггеров равно  $2^m$ . Так как каждой из этих комбинаций может соответствовать только одно определенное состояние синтезируемого автомата, то очевидно выбор требуемого числа  $m$  триггеров должен производиться из условия, что число состояний автомата не будет превышать  $2^m$ . Заданный по условиям задачи автомат имеет четыре состояния, следовательно для его реализации достаточно двух триггеров, т.е.  $m = 2$ . Затем каждой комбинации состояний триггеров нужно поставить в соответствие определенное состояние автомата. Кодирование состояний автомата может производиться различными способами. Для синтезируемого автомата кодирование его состояний произведем в соответствии с табл. 4.

Таблица 4

**Кодирование состояний автомата**

Состояние автомата	Состояние триггеров	
	Q2	Q1
A0	0	0
A1	0	1
A2	1	0
A3	1	1

Далее заполним табл. 5 функционирования автомата, заданного графом, представленным на рис. 6.

Таблица 5

Таблица функционирования автомата Мили

Входной сигнал $x$	Предыдущее состояние		Сигнал состояния		Сигналы управления триггерами				Выходной сигнал $y$
	Q2(t)	Q1(t)	Q2(t+1)	Q1(t+1)	S2	R2	S1	R1	
0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	~	0	1	0
0	1	0	1	0	~	0	0	~	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	~	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	~	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1	~	0	1

Рассмотрим подробнее заполнение таблицы функционирования автомата Мили. В первых трех ее столбцах записываются все возможные сочетания кодов входного сигнала и состояния автомата. Для заданного входного сигнала и состояния автомата по графу находится значение выходного сигнала, которое записывается в последнем столбце таблицы, и следующее состояние автомата, в которое он переходит. Код этого состояния заносится в четвертый и пятый столбцы таблицы.

Столбцы с 6 по 9 отведены для записи сигналов управления триггерами. Управление триггерами осуществляется подачей сигналов на входы установки 0 (вход R) и установки 1 (вход S). Эти сигналы для каждого триггера определяются сравнением состояний в момент времени  $t$  —  $Q(t)$  и в последующий момент времени  $(t+1)$  —  $Q(t+1)$ . Например, в первой строке таблицы  $Q2(t) = 0$ ,  $Q2(t+1) = 1$ . Это означает, что второй триггер переводится из состояния 0 в состояние 1, для чего должен быть подан сигнал 1 на вход S2 и 0 на вход R2. Во второй строке таблицы  $Q1(t) = 1$ , а  $Q1(t+1) = 0$ , следовательно, для перевода этого триггера из состояния 1 в состояние 0 необходимо подать сигнал 1 на вход R1 и 0 на вход S1. В тех случаях, когда предыдущее

$Q(t)$  и последующее  $Q(t+1)$  состояния триггера совпадают, на его входы сигналы переключения могут не передаваться ( $S = 0$ ,  $R = 0$ ), или на определенный вход может подаваться сигнал подтверждения состояния триггера ( $S=1, R=0$  или  $S=0, R=1$ ). Например, если триггер был в состоянии 1 и должен сохранить это состояние в последующем такте, то либо на обоих его входах присутствуют сигналы 0 ( $S=0, R=0$ ), соответствующие режиму запоминания информации, либо на вход S может быть подан сигнал 1 подтверждения состояния ( $S=1, R=0$ ). В подобных случаях, когда логический уровень сигнала управления безразличен (0 или 1), соответствующие клетки таблицы остаются пустыми или в них заносится символ ~.

Для построения комбинационного устройства, формирующего сигналы управления триггерами, составим для этих сигналов (S2, R2, S1, R1) таблицы истинности в форме карт Вейча, представленных на рис. 7.

S2	Q2(t)	Q2(t)	R2	Q2(t)	Q2(t)
x	~	0	1	0	0
x̄	~	0	0	1	0
	Q1(t)	Q1(t)	Q1(t)	Q1(t)	Q1(t)
S1	Q2(t)	Q2(t)	R1	Q2(t)	Q2(t)
x	1	~	0	1	0
x̄	0	0	0	1	0
	Q1(t)	Q1(t)	Q1(t)	Q1(t)	Q1(t)

Рис. 7

Рассматривая S2, R2, S1 и R1 как неполностью определенные логические функции аргументов  $x$ , Q2 и Q1, запишем МКНФ этих функций:

$$S2 = \overline{Q2} \cdot (x + \overline{Q1}) \cdot (\overline{x} + Q1); \quad R2 = Q2 \cdot Q1;$$

$$S1 = \overline{Q1} \cdot (x + \overline{Q2}); \quad R1 = Q1 \cdot (\overline{x} + \overline{Q2}).$$

Для построения комбинационного устройства, формирующего выходной сигнал автомата, строим таблицу истинности для  $y$  в форме карты Вейча, представленной на рис. 8. Минимальная КНФ функции  $y$ :  $y = x \cdot Q1$

$y$	$Q2(t)$		$Q2(t)$	
$x$	0	1	1	0
$\bar{x}$	0	0	0	0
	$Q1(t)$	$Q1(t)$	$Q1(t)$	$Q1(t)$

Рис. 8. Таблица истинности для  $y$

Используя полученные логические выражения и выбрав в качестве базиса логические элементы И, ИЛИ, НЕ, вычерчиваем структурную схему синтезируемого автомата, представленную на рис. 9.

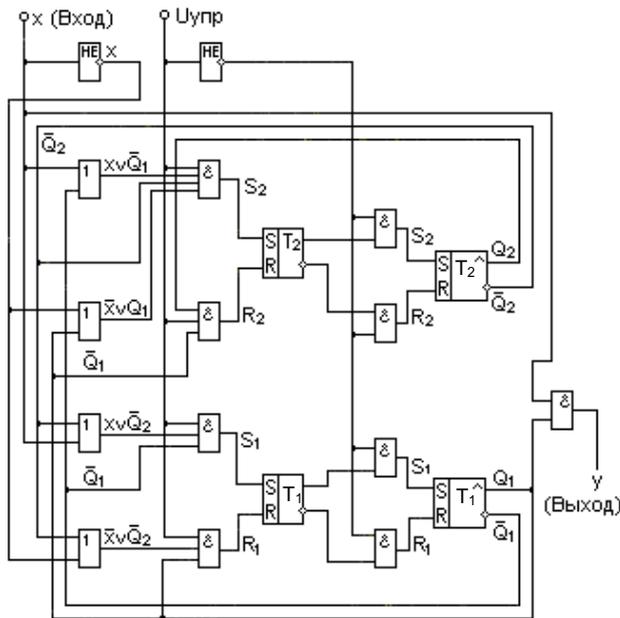


Рис. 9. Структурная схема последовательного автомата Мили

**Примечание.** Для обеспечения правильной работы схемы автомата необходимо предусмотреть синхронизацию ее функционирования во времени, т.е. формирование тактов (временных интервалов)  $1, 2, \dots, t, t+1, \dots$ , во время действия которых осуществляются все логические зависимости. На схеме (см. рис. 9) предусмотрен сигнал управления  $U_{упр}$ , который в произвольный момент времени  $t$  разрешает подачу управляющих сигналов с выхода комбинационного устройства на входы триггеров. При этом триггеры  $T1$  и  $T2$  устанавливаются в состояния  $Q1(t+1)$  и  $Q2(t+1)$ , в соответствии с заданной таблицей переходов законом функционирования автомата. Однако на время действия сигнала  $U_{упр}$  (такта  $t$ ) выходы ( $Q$  и  $\bar{Q}$ ) входных триггеров  $T1$  и  $T2$  блокированы группой схем И, на вход каждой из которых поступает сигнал, инверсный  $\bar{U}_{упр}$ . В это же время группа выходных триггеров  $T1^{\wedge}$  и  $T2^{\wedge}$  сохраняют свои состояния  $Q1(t)$  и  $Q2(t)$ , и только их выходные сигналы поступают на входы обеих комбинационных схем и совместно с входным сигналом  $x$  определяют логику работы автомата. После окончания действия управляющего импульса  $U_{упр}$ , в течение такта  $(t+1)$  сигналы с выходов триггеров  $T1$  и  $T2$  через схемы И, на входы которых уже поступает разрешающий инверсный сигнал  $\bar{U}_{упр}$ , подаются на соответствующие входы триггеров  $T1^{\wedge}$  и  $T2^{\wedge}$ , в результате чего последние переходят в состояния  $Q1(t+1)$  и  $Q2(t+1)$ . Благодаря наличию в схеме автомата дополнительных триггеров  $T1^{\wedge}$  и  $T2^{\wedge}$ , сигналы  $Q1(t)$  и  $Q2(t)$  на входе комбинационного устройства сохраняются неизменными в течение всего времени (такта  $t$ ) действия управляющего импульса  $U_{упр}$ . Это соответствует алгоритму работы синхронного двухступенчатого (MS) RS-триггера. Основная ступень (M) служит для записи входного сигнала и предварительного запоминания нового состояния автомата, а вспомогательная ступень (S) — для перевода автомата в новое состояние и последующего его хранения.

**ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ**

**Законы для одной переменной:**

$$X + 0 = X; \quad (\text{П1.1})$$

$$X + 1 = 1; \quad (\text{П1.2})$$

$$X + X = X; \quad (\text{П1.3})$$

$$X + \bar{X} = 1; \quad (\text{П1.4})$$

$$X \cdot 0 = 0; \quad (\text{П1.5})$$

$$X \cdot 1 = X; \quad (\text{П1.6})$$

$$X \cdot X = X; \quad (\text{П1.7})$$

$$X \cdot \bar{X} = 0; \quad (\text{П1.8})$$

$$\overline{\overline{X}} = X; \quad (\text{П1.9})$$

**Законы для двух и более переменных:**

(переместительный закон)

$$\text{а) } X + Y = Y + X; \quad \text{б) } X \cdot Y = Y \cdot X; \quad (\text{П1.10})$$

(сочетательный закон)

$$\begin{aligned} \text{а) } X + Y + Z &= X + (Y + Z) = (X + Y) + Z; \\ \text{б) } X \cdot Y \cdot Z &= X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z; \end{aligned} \quad (\text{П1.11})$$

(распределительный закон)

$$\begin{aligned} \text{а) } X \cdot (Y + Z) &= X \cdot Y + X \cdot Z; \\ \text{б) } X + Y \cdot Z &= (X + Y)(X + Z); \end{aligned} \quad (\text{П1.12})$$

(закон поглощения)

$$\text{а) } X + X \cdot Y = X; \quad \text{б) } X \cdot (X + Y) = X; \quad (\text{П1.13})$$

(закон склеивания)

$$\text{а) } (X + \bar{Y}) \cdot Y = X \cdot Y; \quad \text{б) } X\bar{Y} + Y = X + Y; \quad (\text{П1.14})$$

$$\text{в) } XY + X\bar{Y} = X; \quad \text{г) } (X + Y)(X + \bar{Y}) = X; \quad (\text{П1.15})$$

(закон де Моргана)

$$\text{а) } \overline{X + Y + \dots} = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \dots; \quad \text{б) } \overline{X \cdot Y \cdot \dots} = \bar{X} + \bar{Y} + \dots \quad (\text{П1.16})$$

ТЕОРИЯ ДИСКРЕТНЫХ УСТРОЙСТВ  
АВТОМАТИКИ И ТЕЛЕМЕХАНИКИ

Рабочая программа  
и задание на контрольную работу  
с методическими указаниями

Редактор *Г.В. Тимченко*  
Компьютерная верстка *Е.Ю. Русалева*

ЛР № 020307 от 28.11.91

---

Тип. зак.	Изд. зак. 218	Тираж 2000 экз.
Подписано в печать	Гарнитура Times.	Офсет
Усл. печ. л. 2,0		Формат 60×90 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>

---

Издательский центр РГОТУПСа,  
125808, Москва, ГПС-47, Часовая ул., 22/2

Типография РГОТУПСа, 107078, Москва, Басманный пер., 6