

17/1/5

Одобрено кафедрой  
«Электротехника»

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

Задание на контрольную работу №3  
с методическими указаниями  
для студентов III курса

специальностей  
190401 ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЕ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ  
ДОРОВ (ЭНС)

190402 АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНИКА И СВЯЗЬ  
НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ (АТС)



Москва — 2006

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Составители: канд. техн. наук, проф. А.А. Сатаров  
канд. физ.-мат. наук, доц. В.Т. Козулин  
зав. лаб. С.В. Колоколов

Рецензент: канд. техн. наук, доц. Шумейко В.В.

В третьей контрольной работе студенты специальностей АТС, ЭНС решают три задачи:

1. Расчет разветвленной магнитной цепи при постоянных токах;
2. Расчет цепи переменного тока, содержащей катушку с ферромагнитным сердечником;
3. Расчет электромагнитного поля.

Контрольные задания имеют 100 вариантов. Варианты задач №1 и 2 отличаются друг от друга схемами и числовыми значениями заданных величин. Номер варианта в этих задачах определяется по двум последним цифрам шифра студента: по предпоследней цифре выбирают номер схемы, а по последней – номер строки в табл. 2 и 4.

В задаче №3 одна схема для всех вариантов. Исходные расчетные данные и порядок определения варианта приведены в табл.6.

Требования к выполнению и оформлению контрольных работ изложены в рабочей программе курса «Теоретические основы электротехники».

### Задача № 1

#### РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ПРИ ПОСТОЯННЫХ ТОКАХ

Для магнитной цепи (рис. 1) выполнить следующее:

1. Начертить эквивалентную схему, указав на ней направление магнитных потоков и магнитодвижущих сил (МДС).
2. Составить систему уравнений по законам Кирхгофа для расчета цепи.
3. Определить магнитные потоки в стержнях и значение магнитной индукции в воздушном зазоре.

Размеры магнитопровода на рис.1 даны в мм. Магнитопровод выполнен из электротехнической стали, кривая намагничи-

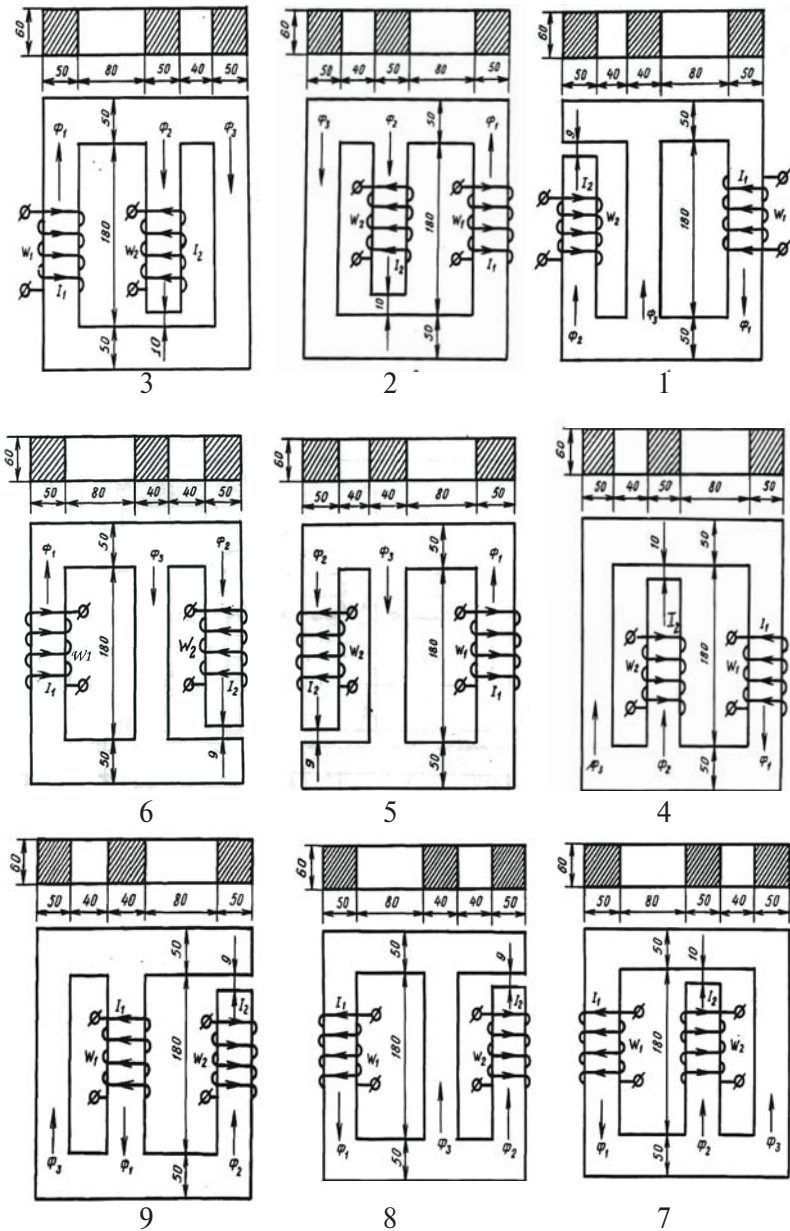


Рис.1. Эскиз магнитопровода (к задаче №1)

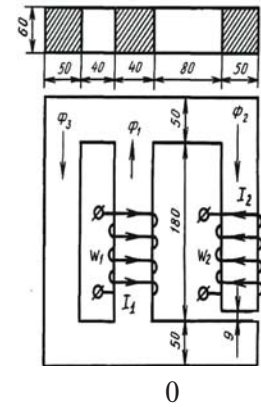


Рис. 1. Окончание

вания которой представлена в табл.1. Величины токов и число витков обмотки для каждого варианта даны в табл.2.

Таблица 1

Кривая намагничивания к задаче №1

$B$ , Тл	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2
$H$ , А/м	0	200	400	950	3900	15000

Таблица 2

Исходные данные к задаче №1

Номер строки	$I_1$ , А	Число витков, $W_1$	$I_2$ , А	Число витков, $W_2$
1	30	200	10	220
2	25	250	15	100
3	20	200	5	250
4	30	220	10	180
5	25	250	15	100
6	20	250	5	400
7	26	200	10	250
8	30	180	5	350
9	25	220	10	200
0	20	220	5	300

При расчете цепи потоками рассеяния пренебречь.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ № 1

Для определения магнитных потоков магнитную цепь разбивают на однородные участки, каждый из них выполнен из определенного материала и имеет одинаковое поперечное сечение вдоль всей своей длины.

Магнитные потоки замыкаются по средним линиям участков сердечника (магнитопровода). На пересечении средних линий горизонтальных участков и средней линии среднего стержня намечают два узла. Длины трех участков  $\ell_k$  (м) определяют от узлов, с учетом зазора; поперечные сечения  $S_k$  вычисляют в м<sup>2</sup>.

Подобно электрическим цепям для магнитной цепи составляют эквивалентную схему (схему замещения). Направления МДС определяют по правилу «буравчика». Указывают условные магнитные сопротивления нелинейных и линейного участка. Таким образом, схема состоит из трех ветвей, одна из них содержит два участка, для схемы составляют уравнения по законам Кирхгофа. Аналитические расчеты зависимостей потоков от магнитного напряжения  $U_M$  между узлами рекомендуется выполнить для каждой ветви в отдельной таблице.

Задаются значениями магнитной индукции (табл.1) и определяют магнитные потоки ветвей и напряженности магнитного поля участков. Для ферромагнитных участков напряженность поля определяют по кривой намагничивания. Напряженность в воздушном зазоре рассчитывают по известной формуле, считая, что индукция в зазоре равна индукции ветви. Затем для каждого значения магнитного потока на основе эквивалентной схемы находят и заносят в таблицу для каждой ветви межузловое магнитное напряжение  $U_M$  с учетом знаков МДС относительно потоков. Для определения  $U_M$  можно использовать уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа. Затем на основании результатов вычислений на одном графике строят зависимости магнитных потоков ветвей от общего аргумента  $U_M$ .

Графически определяют то значение магнитного напряжения, при котором выполняется первый закон Кирхгофа для

магнитной цепи ( $\sum \Phi = 0$ ). Потоки  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ , соответствующие этому магнитному напряжению, являются искомыми величинами. Индукцию в зазоре находят по потоку соответствующей ветви.

Пример подробного решения аналогичной задачи приведен в рекомендованной литературе (например [3, с. 55÷60]).

## Задача №2

### РАСЧЕТ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА, СОДЕРЖАЩЕЙ КАТУШКУ С ФЕРРОМАГНИТНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Электрическая цепь (рис. 2) содержит катушку с ферромагнитным сердечником. Кривая намагничивания сердечника для положительных значений индукции и напряженности магнитного поля задана в виде таблицы (табл. 3). При этом пренебрегают явлениями гистерезиса и не учитывают вихревые токи, не учитываются явления рассеивания. Предполагается также, что индукция в сердечнике изменяется по синусоидальному закону.

Таблица 3

Кривая намагничивания

$B$ , Тл	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,7	1,75
$H$ , А/м	100	120	140	160	200	250	350	500	700	1000	1800	2500	3000

Параметры элементов схемы, максимальная величина магнитной индукции  $B_m$ , длина  $\ell$  средней магнитной линии и поперечное сечение  $S$  сердечника для различных вариантов (исходные данные) приведены в табл. 4. Значения индуктивного  $X_L$  и емкостного  $X_C$  сопротивлений соответствуют частоте  $f$ , указанной в этой же таблице.

Аппроксимирующее выражение кривой намагничивания:

$$H = a \cdot B^3. \quad (1)$$

В задаче требуется:

1. Найти коэффициент «а» аппроксимирующего выражения, используя метод наименьших квадратов. Построить в одной и

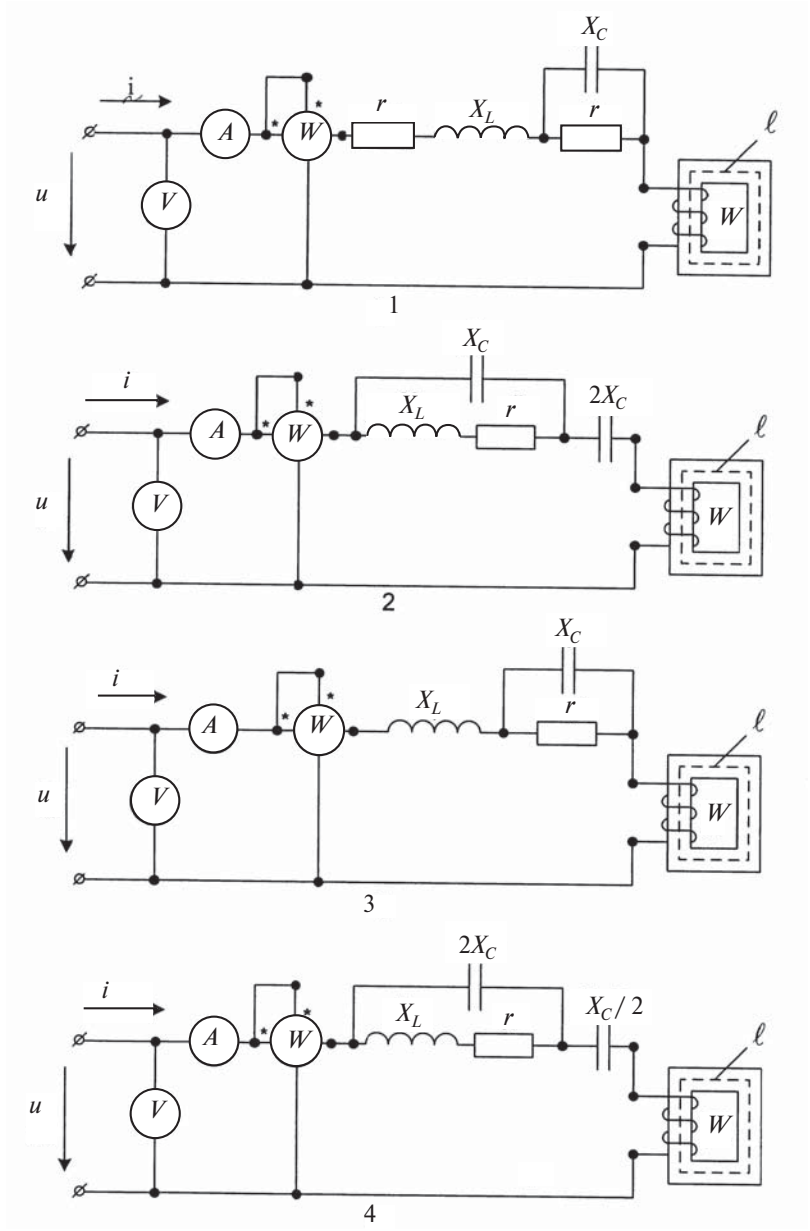


Рис. 2

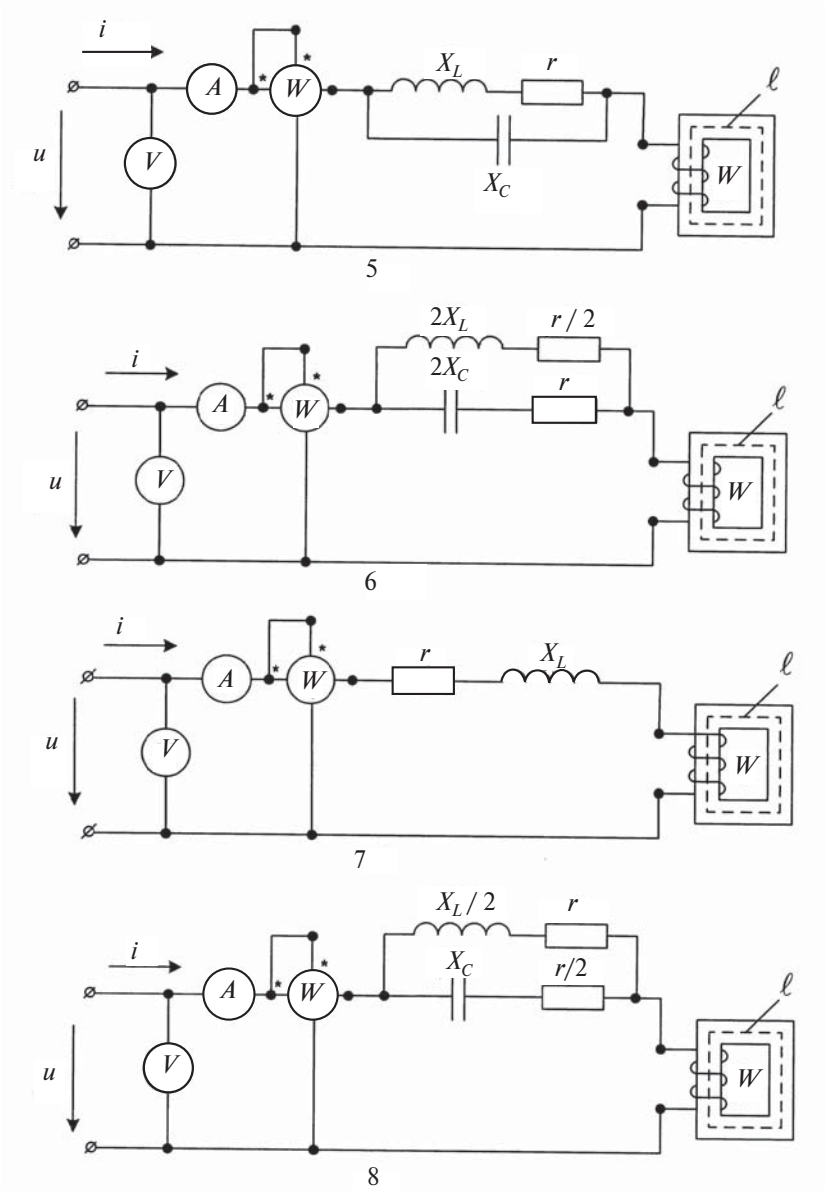


Рис. 2. (Продолжение). Схема цепи переменного тока, содержащей катушку с ферромагнитным сердечником

Исходные данные к задаче №2

Номер строки	$r$ , Ом	$X_L$ , Ом	$X_C$ , Ом	Число витков, $W$	$l$ , см	$S$ , см <sup>2</sup>	$f$ , Гц	$B_m$ , Тл
1	15	25	30	500	55	6,5	50	1,4
2	10	40	50	600	60	6	80	1,6
3	15	35	50	700	65	5,5	100	1,5
4	12	25	60	800	70	5	150	1,45
5	20	50	100	900	75	4,5	90	1,55
6	25	60	60	1000	80	4	100	1,5
7	30	100	50	1100	85	3,5	50	1,65
8	28	80	70	1200	90	3	60	1,6
9	35	60	80	1300	95	2,5	80	1,55
0	40	50	100	1400	100	2	100	1,45

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ №2

Для расчета нелинейных цепей переменного тока могут быть использованы следующие основные методы:

1. Графические. Все необходимые построения и расчеты производятся на основе графиков, связывающих между собой различные параметры как всей цепи, так и отдельных ее элементов [1];

2. Аналитические. В этом случае характеристики, связывающие между собой различные параметры элементов, с той или иной степенью приближения выражаются аналитически [1].

Применение аналитического метода расчета цепи, содержащей катушку с ферромагнитным сердечником, а также методика определения коэффициента «а» аппроксимирующего выражения (1) могут быть пояснены приведенным ниже примером.

Пусть необходимо рассчитать цепь, схема которой приведена на рис. 3. Значения параметров элементов цепи сведены в табл. 5. Кривая намагничивания сердечника для рассматриваемого примера задана в виде табл. 6.

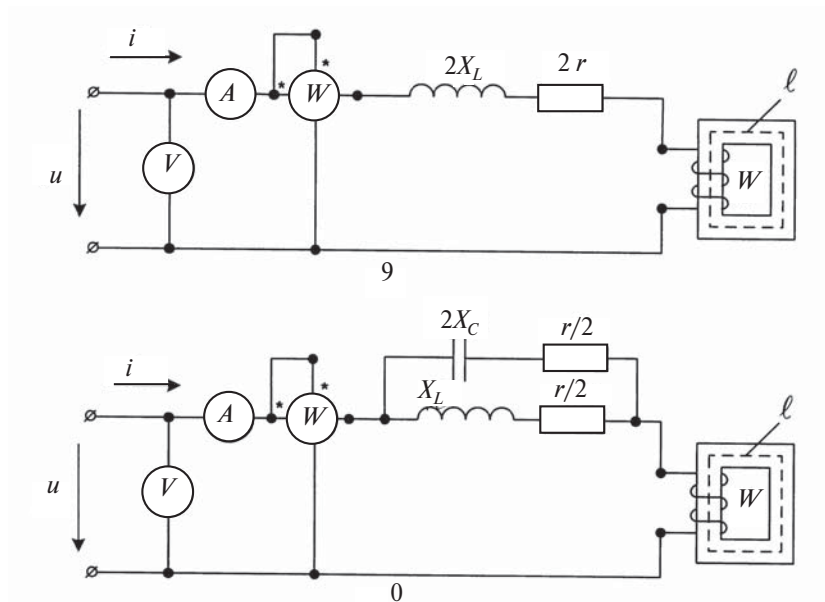


Рис. 2. (Окончание). Схема цепи переменного тока, содержащей катушку с ферромагнитным сердечником

той же системе декартовых координат кривые намагничивания по полученному аппроксимирующему выражению и заданную табл. 3. При этом построение выполнить как для положительных, так и для отрицательных значений  $B$  и  $H$ . Качественно сопоставить построенные кривые.

2. В одной и той же системе декартовых координат построить кривые изменения тока источника энергии  $i$  и приложенного к цепи напряжения  $u$  источника энергии от времени, т.е. кривые мгновенных значений тока и напряжения источника:  $i = i(t)$  и  $u = u(t)$ .

3. Определить показания приборов, считая, что вольтметр и амперметр имеют электромагнитное измерительное устройство, а ваттметр — электродинамическое.

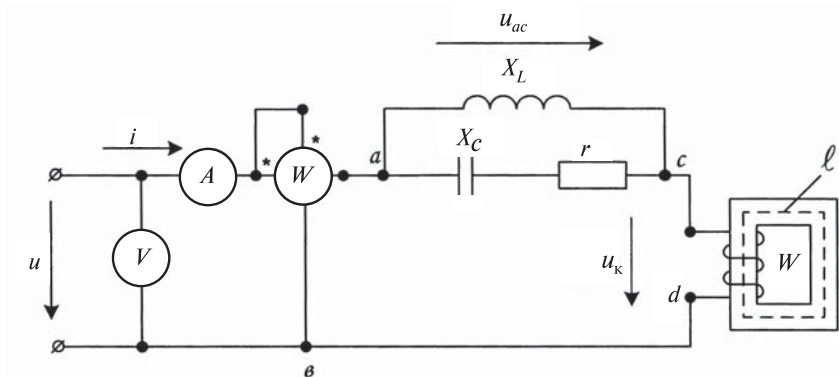


Рис. 3. Схема цепи, рассчитываемой в качестве примера

Таблица 5

Исходные данные (для рассматриваемого примера)

№ строки	$r$ , Ом	$X_L$ , Ом	$X_C$ , Ом	Число витков, W	$l$ , см	$S$ , см <sup>2</sup>	$f$ , Гц	$B_m$ , Тл
55	20	300	100	700	50	6,0	50	1,2

Таблица 6

Кривая намагничивания  
(данные для рассматриваемого примера)

№ отсчета	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$B$ , Тл	0,02	0,1	0,45	0,7	0,82	0,93	1,0	1,05	1,1	1,15	1,2
$H$ , А/м	25	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500

Отметим, что кривая намагничивания (табл. 6) примерно соответствует кривой намагничивания листовой электротехнической стали марки Э1[6]. Вследствие сделанных выше допущений (отсутствие гистерезиса и т.д.) можно считать, что при  $B = 0$  напряженность магнитного поля  $H = 0$ .

В соответствии с условием задачи индукция в сердечнике изменяется по синусоидальному закону. Размах (диапазон) изменения индукции от минимальных отрицательных значений до максимальных положительных значений определяется величиной амплитуды  $B_m$ , заданной в табл. 5. И для решения задачи

требуется знание кривой намагничивания и для отрицательных значений индукции (и, соответственно, напряженности магнитного поля). Так как в задаче не учитываются явления гистерезиса, рассеяния и вихревые токи, то кривая намагничивания, заданная табл.6, симметрична относительно начала координат. В декартовой системе координат заданная в рассматриваемом примере кривая намагничивания и для отрицательных и для положительных значений  $B$  и  $H$  представлена в виде кривой 1 на рис. 4.

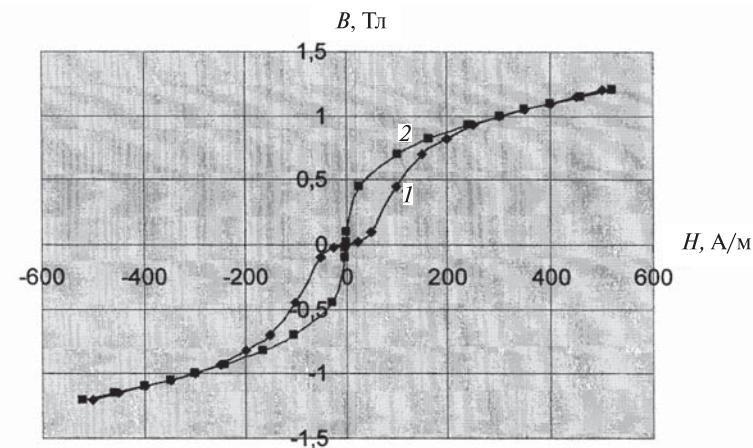


Рис. 4. Кривые намагничивания:

1 – исходная, заданная характеристика; 2 – аппроксимирующая кривая  
Предлагается следующий порядок расчета.

1. **Определяем коэффициент «а» аппроксимирующего выражения (1).** Для этого используем метод наименьших квадратов (например, [7]).

Обозначим:

$$S = \sum_{i=1}^n (a \cdot B_i^3 - H_i)^2, \quad (2)$$

где  $n$  – число отсчетов табл. 6;

$i$  – номер отсчета;

$B_i, H_i$  – соответствующие номеру отсчета значения индукции  $B$  и напряженности магнитного поля  $H$  в табл. 6.

Тогда:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n [(aB_i^3 - H_i) \cdot B_i^3]. \quad (3)$$

Потребуем:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0. \quad (4)$$

Тогда:

$$\sum_{i=1}^n [(aB_i^3 - H_i) \cdot B_i^3] = 0. \quad (5)$$

Следовательно:

$$a \cdot \sum_{i=1}^n B_i^6 = \sum_{i=1}^n H_i \cdot B_i^3. \quad (6)$$

Т.е.

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n H_i \cdot B_i^3}{\sum_{i=1}^n B_i^6}. \quad (7)$$

Подставляя в соотношение (7) соответствующие значения и табл.6 и считая  $n = 11$ , получим  $a \cong 301,11$ .

Таким образом, аппроксимирующее выражение для рассматриваемого примера имеет вид:

$$H = 301,11 \cdot B^3. \quad (8)$$

Величина «а» имеет размерность, но мы будем использовать ее численное значение, не указывая размерность, а величины  $B$  и  $H$  выражать в системе «СИ», т.е.  $B$  – в Тл,  $H$  – в А/м.

Задаваясь величинами индукции  $B$  из табл. 6 и используя соотношение (8), определим значения  $H$ , соответствующие каждому из значений  $B$ . Результаты приведены в табл. 7.

Аппроксимирующая кривая намагничивания

№ отсчета	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$B$ , Тл	0,02	0,1	0,45	0,7	0,82	0,93	1,0	1,05	1,1	1,15	1,2
$H$ , А/м	0,002	0,3	27,4	103,2	166	242,2	301,1	348,6	400,8	457,95	520,3

На рис. 4 показана кривая намагничивания, построенная в соответствии с табл. 7. При этом, учитывая, что кривая симметрична относительно начала координат, построение выполнено как для положительных, так и для отрицательных значений  $B$  и  $H$ .

Таким образом, кривая 1 (рис. 4) – исходная, заданная, характеристика намагничивания, а кривая 2 – аппроксимирующая кривая, построенная в соответствии с соотношением (8).

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА ИСТОЧНИКА

Магнитная индукция  $B$  сердечника изменяется по закону:

$$B = B_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = 1,2 \cdot \sin(314 \cdot t) \text{ Тл}, \quad (9)$$

где  $\omega = 2\pi \cdot f = 314$  рад/с.

Напряжение на катушке (между точками  $c$  и  $d$  схемы рис. 3):

$$u_k = U_{km} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (10)$$

где  $U_{km}$  – амплитуда напряжения.

$$U_{km} = \sqrt{2} \cdot 4,44 \cdot W \cdot f \cdot S \cdot B_m = 158,23 \text{ В}, \quad (11)$$

где  $W$  – число витков катушки;

$f$  – частота изменения индукции в сердечнике;

$S$  – сечение сердечника;

$B_m$  – амплитуда индукции в сердечнике.



Тогда:

$$u_k = 158,23 \cdot \sin\left(314 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ В.} \quad (12)$$

Мгновенное значение тока катушки находим на основе закона полного тока:

$$i_k = \frac{H \cdot \ell}{W}, \quad (13)$$

где  $\ell$  — длина средней линии магнитной индукции в сердечнике;

$H$  — напряженность магнитного поля в сердечнике.

Используя аппроксимирующее выражение (1), получим:

$$i_k = \frac{a \cdot B^3 \cdot l}{W} = \frac{l \cdot a}{W} \cdot B_m^3 \cdot \sin^3(\omega t). \quad (14)$$

Известно [2], что

$$\sin^3(\omega t) = \frac{3}{4} \cdot \sin(\omega t) - \frac{1}{4} \cdot \sin(3\omega t). \quad (15)$$

Тогда:

$$i_k = \frac{1}{4} \cdot \frac{l \cdot a}{W} \cdot B_m^3 \cdot [3 \cdot \sin(\omega t) - \sin(3\omega t)]. \quad (16)$$

Из соотношения (16) видно, что в токе катушки появляется составляющая с частотой  $(3\omega t)$ , т.е. третья гармоника. При выбранном способе аппроксимации кривой намагничивания амплитуда третьей гармоники в три раза меньше амплитуды основной гармоники (с частотой  $\omega$ ).

Подставляя в соотношение (16) данные из табл. 5 и величину коэффициента «а», получим:

$$i_k = 0,279 \cdot \sin(314 \cdot t) - 0,0929 \cdot \sin(942 \cdot t) \text{ А.} \quad (17)$$

Ток катушки  $i_k$  для приведенных на рис. 2 схем равен току  $i$  источника.

Определим комплекс полного сопротивления участка  $ac$  цепи рис. 3 при протекании через этот участок первой и третьей гармоники тока  $i_k$  в отдельности.

а . Для первой гармоники

$$\begin{aligned} Z_{ac(1)} &= \frac{(r - jx_c) \cdot j \cdot x_L}{r + j \cdot (x_L - x_c)} = \frac{r \cdot x_L^2}{r^2 + (x_L - x_c)^2} + \\ &+ j \frac{r^2 \cdot x_L - x_L^2 \cdot x_c + x_L \cdot x_c^2}{r^2 + (x_L - x_c)^2} = \\ &= A_1 + jB_1, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $A_1 = \frac{r \cdot x_L^2}{r^2 + (x_L - x_c)^2};$

$$B_1 = \frac{r^2 \cdot x_L - x_L^2 \cdot x_c + x_L \cdot x_c^2}{r^2 + (x_L - x_c)^2}.$$

Получим:

$$Z_{ac(1)} = Z_{ac(1)} e^{j\varphi_{ac(1)}} = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot e^{j \cdot \text{arctg} \frac{B_1}{A_1}}, \quad (19)$$

где  $Z_{ac(1)}$  — полное сопротивление участка «ac» цепи рис. 3 при протекании через участок первой гармоники тока .

$\varphi_{ac(1)}$  — сдвиг по фазе между напряжением участка «ac», соответствующим протекающей через участок первой гармоники тока, и первой гармоникой тока  $i_k$ .

Для исходных данных табл. 5 имеем:

$$Z_{ac(1)} = 152,2 \cdot e^{-j73^\circ} \text{ Ом.} \quad (20)$$

б. Для третьей гармоники

$$\underline{Z}_{ac(3)} = \frac{\left(r - j\frac{x_c}{3}\right) \cdot j(3x_L)}{r + j\left(3x_L - \frac{x_c}{3}\right)} = \frac{r \cdot (3x_L)^2}{r^2 + \left(3x_L - \frac{x_c}{3}\right)^2} +$$

$$+ j \cdot \frac{r \cdot (3x_L) - (3x_L)^2 \cdot \left(\frac{x_c}{3}\right) + 3x_L \cdot \left(\frac{x_c}{3}\right)^2}{r^2 + \left(3x_L - \frac{x_c}{3}\right)^2} = A_3 + jB_3, \quad (21)$$

где  $A_3 = \frac{81 \cdot r \cdot x_L^2}{9 \cdot r^2 + (9x_L - x_c)^2}$ ;

$$B_3 = \frac{27 \cdot x_L \cdot r^2 - 27 \cdot x_L^2 \cdot x_c + 3 \cdot x_L \cdot x_c^2}{9 \cdot r^2 + (9x_L - x_c)^2}.$$

Следовательно:

$$\underline{Z}_{ac(3)} = Z_{ac(3)} \cdot e^{j\varphi_{ac(3)}} = \sqrt{A_3^2 + B_3^2} \cdot e^{j \arctg \frac{B_3}{A_3}}, \quad (22)$$

где  $Z_{ac(3)}$  – полное сопротивление участка «ac» цепи рис. 3 при протекании через участок третьей гармоники тока  $i_k$ ;

$\varphi_{ac(3)}$  – сдвиг по фазе между напряжением на участке «ac», соответствующим протекающей через участок третьей гармоники тока  $i_k$ , и третьей гармоникой тока  $i_k$ .

Для данных табл. 5:

$$\underline{Z}_{ac(3)} = 40,36 \cdot e^{-j57,71^\circ} \text{ Ом}. \quad (23)$$

Комплексные амплитуды напряжений на участке «ac» цепи рис. 3, соответствующих протекающим через участок «ac» пер-

вой и третьей гармониками тока  $i_k$  в отдельности, могут быть на основе закона Ома соответственно представлены:

$$\dot{U}_{mac(1)} = \dot{I}_{km(1)} \cdot \underline{Z}_{ac(1)} = 0,279 \cdot 152,2 \cdot e^{-j73^\circ} = 42,5 \cdot e^{-j73^\circ} \text{ В}. \quad (24)$$

$$\dot{U}_{mac(3)} = \dot{I}_{km(3)} \cdot \underline{Z}_{ac(3)} = (-0,0929) \cdot 40,36 \cdot e^{-j57,71^\circ} = -3,75 \cdot e^{-j57,71^\circ} \text{ В}. \quad (25)$$

Поэтому для мгновенных значений напряжений участка «ac» первой и третьей гармоник соответственно можно записать:

$$u_{ac(1)} = 42,5 \cdot \sin(\omega t - 73^\circ) = 42,5 \cdot \sin(314 \cdot t - 73^\circ) \text{ В}. \quad (26)$$

$$u_{ac(3)} = -3,75 \cdot \sin(3\omega t - 57,71^\circ) = -3,75 \cdot \sin(942 \cdot t - 57,71^\circ) \text{ В}. \quad (27)$$

Так как участок «ac» рассматриваемой цепи содержит только линейные элементы, то на основании принципа суперпозиции можно записать:

$$u_{ac} = u_{ac(1)} + u_{ac(3)} = 42,5 \sin(314t - 73^\circ) - 3,75 \sin(942 \cdot t - 57,71^\circ) \text{ В}. \quad (28)$$

На основании второго закона Кирхгофа для напряжения источника (напряжения на входе цепи) имеем:

$$u = u_k + u_{ac} = 158,23 \cdot \sin(314 \cdot t + 90^\circ) + 42,5 \cdot \sin(314 \cdot t - 73^\circ) -$$

$$- 3,75 \cdot \sin(942 \cdot t - 57,71^\circ) \text{ В}. \quad (29)$$

Таким образом, напряжение источника содержит первую и третью гармоники. Для комплексной амплитуды первой гармоники напряжения источника можно записать:

$$\dot{U}_{m(1)} = 158,23 \cdot e^{j90^\circ} + 42,5 \cdot e^{-j73^\circ} = 12,43 + j117,59 = 118,25 \cdot e^{j84^\circ} \text{ В}. \quad (30)$$

Тогда в окончательном виде для мгновенного значения напряжения источника справедливо соотношение:

$$u = 118,25 \cdot \sin(314 \cdot t + 84^\circ) - 3,75 \cdot \sin(942 \cdot t - 57,71^\circ) \text{ В}. \quad (31)$$

Соотношения (17) и (31) и есть искомые соотношения для мгновенных значений тока и напряжения источника.

Далее необходимо в соответствии с заданием, используя соотношения (17) и (31), построить в декартовой системе координат кривые  $i = i(t)$  и  $u = u(t)$ . Обе кривые строятся в одних и тех же осях. По оси абсцисс при этом откладывается время  $t(c)$ , или изменяемая часть фазы  $\omega t$ , рад. По оси ординат откладываются в соответствующих масштабах мгновенные значения тока и напряжения источника питания рассматриваемой цепи.

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАНИЙ ВОЛЬТМЕТРА, АМПЕРМЕТРА И ВАТТМЕТРА

Вольтметр электромагнитной системы измеряет действующее значение напряжения:

$$U = \sqrt{\frac{U_{m(1)}^2}{2} + \frac{U_{m(3)}^2}{2}} = \sqrt{\frac{118,25^2 + 3,75^2}{2}} = 83,66 \approx 83,7 \text{ В.} \quad (32)$$

Амперметр электромагнитной системы измеряет действующее значение тока:

$$I = \sqrt{\frac{I_{m(1)}^2}{2} + \frac{I_{m(3)}^2}{2}} = \sqrt{\frac{0,279^2 + 0,0929^2}{2}} = 0,2079 \approx 0,21 \text{ А.} \quad (33)$$

Ваттметр электродинамической системы измеряет активную мощность, потребляемую цепью:

$$P = P_1 + P_3 = U_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1 + U_3 \cdot I_3 \cos \varphi_3 = \frac{118,25 \cdot 0,279}{2} \cdot \cos 84^\circ + \frac{3,75 \cdot 0,0929}{2} \cdot \cos(-57,71^\circ) = 1,72 + 0,093 = 1,82 \text{ Вт.} \quad (34)$$

Здесь  $P$  – активная мощность, потребляемая цепью;

$P_1, P_3$  – активная мощность, потребляемая цепью вследствие протекания тока и действия напряжения первых и третьих гармоник соответственно;

$U_1, U_3$  – действующие значения напряжения первой и третьей гармоник соответственно;

$I_1, I_3$  – действующие значения тока первой и третьей гармоник соответственно;

$\varphi_1, \varphi_3$  – сдвиг по фазе между напряжением и током первой и третьей гармоник соответственно.

### Задача № 3

#### РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

На рис. 5 показан полушаровой электрод, радиус которого  $r = a$ . Электрод предназначен для заземления металлической опоры линии электропередачи постоянного тока. Ток короткого замыкания линии стекает через заземлитель в землю и растекается по толще земли. Земля выполняет роль обратного провода для линии электропередачи. Удельная проводимость земли  $\gamma = 10^{-2} \text{ 1/Ом} \cdot \text{м}$ .

На рис. 5 кроме схематического изображения заземляющего полушарового электрода показана кривая ( $I$ ) зависимости потенциала  $\varphi$  на поверхности земли от расстояния  $a$  от центра заземляющего электрода. На рисунке изображен также человек, шагающий по направлению к центру электрода, и показан механизм возникновения шагового напряжения  $U_{\text{шк}}$ : разности потенциалов

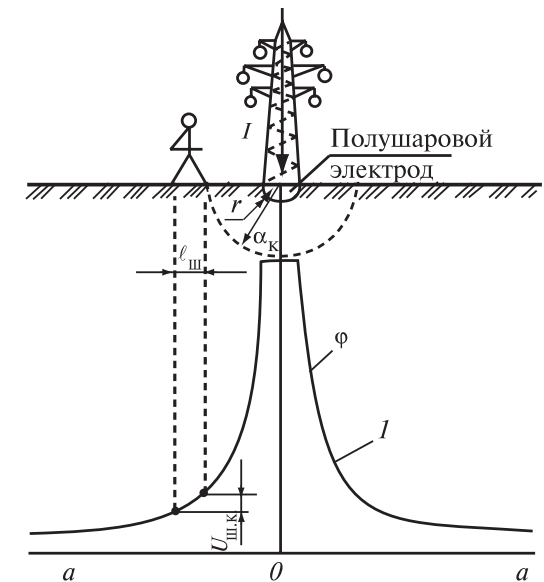


Рис. 5. Схематическое изображение заземляющего полушарового электрода и кривой распределения потенциала

на поверхности земли, расстояние которых  $a_k$  от центра заземляющего электрода отличается друг от друга на величину человеческого шага ( $\ell_{ш}$ ).

Определить:

1. Плотность тока на расстоянии  $a_1$  от центра полушарового электрода.

2. Напряженность поля  $E$  на поверхности полусферы радиуса  $a_1$ .

3. Значения потенциалов в точках на поверхности земли на расстояниях  $a_1, a_2, a_3, a_4$  от центра полушарового электрода.

4. Шаговое напряжение на тех же расстояниях  $a_1, a_2, a_3, a_4$  от центра полушарового электрода, принимая среднюю длину шага  $\ell_{ш} = 0,8$  м. При этом считается, что воображаемый человек «шагает» (удаляется от центра, или приближается к центру электрода) по прямой, соединяющей точку его нахождения с центром заземляющего электрода.

5. Сопротивление заземления полушарового электрода  $R$ .

6. Опасную зону, т.е. радиус круга на поверхности земли с центром полушарового электрода. Радиус опасной зоны определить из условия техники безопасности, принимая шаговое напряжение на границе этой зоны не превышающее 150 В.

Таблица 7

Исходные данные

Номера вариантов	Последняя цифра шифра студента		Предпоследняя цифра шифра студента			
	$a$ , см	$I$ , А	$a_1$ , см	$a_2$ , см	$a_3$ , см	$a_4$ , см
1	20	1000	25	120	500	1000
2	25	80	30	120	400	800
3	30	750	35	130	500	1000
4	25	900	30	120	400	800
5	30	1100	35	130	500	1000
6	35	1200	40	130	400	800
7	30	900	35	200	400	1100
8	25	1000	30	110	300	800
9	30	800	35	120	400	1000
0	30	1000	40	130	400	800

Численные значения величин, необходимых для решения задачи приведены в табл. 7. Номера вариантов выбираются: по последней цифре шифра студента номер варианта для значений  $a, I$ , а по предпоследней цифре – номер варианта значений  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ № 3

В данной задаче предлагается определить характеристики распределения потенциалов электрического поля на поверхности земли вокруг заземляющего устройства. Такая задача имеет практическое значение в схемах электроснабжения, например, в случае короткого замыкания проводов высокого напряжения на опору.

Ток короткого замыкания, протекая по земле, как по обратному проводу, образует на поверхности земли электрическое поле. В задаче предлагается определить основные характеристики этого электрического поля.

Принимается, что основание опоры мачты представляет собой полушаровой электрод, радиус которого  $r = a$ . Поверхность соприкосновения полушарового электрода с землей равна  $S = 2\pi a^2$ .

При возможном коротком замыкании ток короткого замыкания  $I$ , проходящий через опору, будет отводиться в землю через заземлитель (полушаровой электрод).

Плотность тока  $\delta$  при этом будет равна отношению величины тока к поверхности полушарового электрода, через которую проходит этот ток, т.е.

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot a^2},$$

где  $I$  – ток короткого замыкания.

Применяя закон Ома в дифференциальной форме  $\delta = \gamma \cdot E$ , можно записанное выше уравнение представить в другом виде:

$$\gamma \cdot E = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot a^2}. \quad (36)$$

Из этого выражения находится напряженность электрического поля  $E$  на поверхности земли (и воображаемой полусферы в толще земли) на расстоянии  $a$  от центра полусферового электрода.

$$E = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a^2}. \quad (37)$$

Значение потенциалов  $\varphi_k$  в точках на поверхности земли на расстоянии  $a_k$  от центра полусферового электрода находится из условия:

$$\varphi_k = \int_{a_k}^{\infty} \vec{E} \cdot \vec{da}. \quad (38)$$

Подставляя в это выражение значение напряженности электрического поля  $E$ , после соответствующих преобразований получим расчетную формулу для определения потенциала в рассматриваемых точках.

$$\varphi_k = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a_k}. \quad (39)$$

Шаговое напряжение  $U_{шк}$  на расстоянии от центра полусферового электрода (абсолютное значение разности потенциалов двух точек на поверхности земли, расстояние которых от центра заземляющего электрода различается на величину шага  $l_{ш}$ ) может быть вычислено по формуле

$$U_{шк} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma} \cdot \left[ \frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_k + l_{ш}} \right]. \quad (40)$$

или

$$U_{шк} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma} \cdot \frac{l_{ш}}{a_k \cdot (a_k + l_{ш})}. \quad (41)$$

Радиус зоны опасности  $a_0$  можно найти, исходя из того, что шаговое напряжение  $U_{шо}$  на границах этой зоны не превышает

допустимого значения шагового напряжения  $U_{ш. доп.}$ , а внутри зоны опасности уже больше  $U_{ш. доп.}$ , т.е.

$$U_{шо} \geq U_{ш. доп.} \quad (42)$$

В соответствии с условием задачи  $U_{ш. доп.} = 150$  В.

Подставляя в неравенство (42) значение шагового напряжения  $U_{шо}$ , получим:

$$\frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma} \cdot \left[ \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_0 + l_{ш}} \right] \geq U_{ш. доп.} \quad (43)$$

Это выражение после преобразования можно переписать в другом виде:

$$2 \cdot U_{ш. доп.} \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a_0^2 + 2 \cdot U_{ш. доп.} \cdot \pi \cdot \gamma \cdot l_{ш} \cdot a_0 - I \cdot l_{ш} \leq 0. \quad (44)$$

Отсюда определяется радиус опасной зоны  $a_0$ .

Сопротивление заземления  $R$  полусферового электрода можно найти по формуле:

$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a}. \quad (45)$$

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Гардарики, 2000.
2. Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л. Теоретические основы электротехники. В 3-х т. Учеб. для вузов. Изд. 4-е. перераб. и доп. – СПб.: Питер, 2004.
3. Климентов Н. И. Теоретические основы электротехники. Нелинейные электрические и магнитные цепи постоянного тока. Уч. пос. – М.: РГОТУПС, 2004. – 75 с.

4. Серебряков А.С. Нелинейные электрические и магнитные цепи переменного тока. Конспект лекций. — М.: РГОТУПС, 2002. — 52 с.

5. Серебряков А.С. Электротехника. Магнитные цепи. Конспект лекций. — М.: РГОТУПС, 2000. — 43 с.

### **Дополнительная**

6. Электротехнический справочник. Т.1 / Под общ. ред. П.Г. Грудинского и др. Изд. 5-е, испр. — М.: Энергия, 1974. — 776 с.

7. Турчак Л.И. Основы численных методов // Под ред. В.В. Щеннакова. — М.: Наука. 1987. — 319 с.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Задание на контрольную работу № 3  
с методическими указаниями

Редактор *Г.В. Тимченко*

Компьютерная верстка *Г.Д. Волкова*

---

Тип.зак.	Изд.зак. 184	Тираж 2 000 экз.
Подписано в печать 21.03.07	Гарнитура Newton	Формат 60 × 90 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>
Усл.печ.л. 1,75		

---

Издательский центр РГОТУПСа,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

Участок оперативной печати РГОТУПСа,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2