МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

12/8/1

Одобрено кафедрой
«Тяговый подвижной состав»

Утверждено деканом факультета
«Транспортные средства»

НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРОПОДВИЖНОГО СОСТАВА

**Рабочая программа
и задание на контрольную работу
с методическими указаниями
для студентов VI курса
специальности
190303 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ**

РОАТ

Москва – 2009

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования. Разработана на основании примерной учебной программы дисциплины с учетом требований к минимуму содержания и уровню подготовки инженера по специальности 190303 Подвижной состав железных дорог.

С о с т а в и т е л ь — доц. В.М. Голубцов
Р е ц е н з е н т — канд. техн. наук, проф. В.Е. Кононов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная цель подготовки студента по дисциплине «Надежность электроподвижного состава (ЭПС)» — сообщить ему знания и привить навыки самостоятельного анализа надежности, необходимые инженеру, способному не только использовать в своей деятельности усвоенные традиционные методы организации работ по обеспечению надежности ЭПС и восстановлению его работоспособности в условиях эксплуатации, но и разрабатывать новые перспективные направления эффективного использования достижений науки и техники при решении задач эксплуатации, ремонта и технического обслуживания локомотивов.

Важнейшим направлением подготовки инженеров-электромехаников путей сообщения — специалистов в области электроподвижного состава — является изучение научных основ теории надежности ЭПС.

2. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучив дисциплину студент должен:

2.1. Знать и уметь использовать:

основные понятия теории надежности;

причины возникновения постепенных и внезапных отказов;

показатели надежности подвижного состава – числовые характеристики безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости, как единичные, так и комплексные и методы их расчета;

основные направления повышения надежности подвижного состава.

2.2. Владеть навыками:

использования в нормативно-технической документации основных понятий надежности подвижного состава;

формирования баз первичных статистических данных для расчета показателей надежности;

расчета показателей всех свойств, характеризующих надежность: безотказности, ремонтопригодности, сохраняемости и долговечности;

планирования испытаний на надежность оборудования подвижного состава;

выбора наиболее эффективного метода повышения надежности и оценки его эффективности;

использования компьютерных технологий для оценки надежности элементов и систем подвижного состава.

2.3. Иметь представление:

об организации системы обеспечения надежности электроподвижного состава различных типов за рубежом;

об организации системы обеспечения надежной работы других технических устройств железнодорожного транспорта: тяговых подстанций и контактной сети, вагонов, пути, систем сигнализации и автоблокировки;

о современных информационных технологиях и тех возможностях, которые они предоставляют, при решении задач обеспечения надежной работы ЭПС.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы	Всего часов	Курс – VI
Общая трудоемкость дисциплины	100	
Аудиторные занятия:	16	
лекции	8	
лабораторный практикум	8	
Самостоятельная работа	69	
Контрольные работы (количество)		1
Вид итогового контроля		Экзамен

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции, ч	Лабораторный практикум, ч
1	Основные положения теории надежности Термины и определения. Классификация отказов. Элемент и система	2	8
2	Физические процессы возникновения внезапных и постепенных отказов оборудования подвижного состава. Методы расчета надежности ЭПС как системы	2	
3	Показатели надежности электроподвижного состава и методы их расчета	2	
4	Основные направления и перспективы повышения надежности подвижного состава. Методы обеспечения надежности электровозов. Качество ремонта и технического обслуживания	2	

4.2. Содержание разделов дисциплины

1. Основные положения надежности

Надежность – основная составляющая качества технических изделий. Состояние технического изделия: работоспособное и неработоспособное, исправное и неисправное. События: отказ — потеря работоспособности, неисправность – потеря исправного состояния. Свойства: безотказность, ремонтопригодность, сохраняемость, долговечность. Надежность – совокупность нескольких свойств.

[1, с. 3–4]

Термины и определения. Свойство, состояние. Определение понятия отказа электроподвижного состава различного назначения. Марковские случайные процессы.

Факторы, определяющие надежность ЭПС (качество проектирования, изготовления, условия и режимы эксплуатации, качество ремонта и профилактического обслуживания). Влияние квалификации ремонтных и локомотивных бригад на надежность ЭПС.

Система показателей надежности ЭПС. Единичные показатели. Комплексные показатели надежности ЭПС и их составляющие. Теоретико-вероятностные методы расчета показателей надежности.

Классификация отказов. Отказы внезапные и постепенные. Физические основы надежности. Классификация принципов нарушения надежности. Термоактивационные процессы. Кинетика химических реакций. Дефекты твердых тел.

Элемент и система. Условность классификации. Показатели надежности при последовательном, параллельном и смешанном соединениях элементов. Повышение надежности путем резервирования. Виды резервирования: структурное, функциональное, нагрузочное и временное. Модели типа «обрыв» и «короткое замыкание». Методы расчета показателей надежности при обрыве и коротком замыкании дублирующих элементов системы.

Методика определения требуемого уровня надежности ЭПС. Минимизация приведенных затрат. Учет ответственности функций, выполняемых узлами ЭПС, при определении надежности. Требования безопасности движения. Принципы распределения показателей надежности по узлам ЭПС. Узлы восстанавливаемые и невосстанавливаемые.

2. Физические процессы возникновения внезапных и постепенных отказов оборудования и подвижного состава

Внезапный отказ как следствие скачкообразного изменения контролируемого параметра из-за конструктивных недостатков изделия, ошибок обслуживающего персонала и неблагоприятных воздействий внешней среды. Постепенный отказ как следствие плавного, постепенного изменения контролируемого параметра по причине изнашивания или старения изделия.

[1, гл. 1, с. 5–22]

Показатели надежности ЭПС при внезапных отказах. Вероятность безотказной работы. Наработка до отказа. Частота и интенсивность отказов. Обобщенный закон надежности в дифференциальной форме. Методы расчета показателей надежности при внезапных отказах. Особенности расчета для различных периодов жизни ЭПС: приработки, нормальной эксплуатации, старения и износа. Обобщенный закон надежности в интегральной форме.

Показатели надежности ЭПС при постепенных отказах. Законы распределения времени безотказной работы. Вероятность безотказной работы.

Показатели надежности восстанавливаемых узлов ЭПС. Вероятность безотказной работы. Наработка на отказ. Параметр потока отказов. Частота, продолжительность, интенсивность восстановления. Законы восстановления работоспособного состояния деталей, узлов и ЭПС в целом. Система контроля качества и обеспечения надежности деталей и узлов ЭПС в процессе восстановления их работоспособности. Определение показателей надежности ЭПС с учетом плановых ремонтов.

Учет условий эксплуатации ЭПС при определении показателей его надежности. Применение марковских процессов. ЭПС как система с несколькими возможными состояниями. Граф состояний. Интенсивности потоков событий. Вероятности перехода. Матричный метод расчета вероятностей состояний в переходном и установившемся режимах. Метод композиции.

3. Показатели надежности подвижного состава и методы их расчета

Показатели надежности ремонтируемых и неремонтируемых изделий, показатели ремонтопригодности, долговечности и сохраняемости. Комплексные показатели надежности. Расчет статистических оценок показателей надежности. Элемент и система, расчет показателей их надежности. Расчет показателей безотказности при последовательном, параллельном и смешанном соединение элементов в систему логико-вероятностные методы расчета надежности системы. Марковские методы расчета показателей безотказности систем. Планирование испытаний на надежность.

[1, гл. 3, с. 27–60]

Методы расчета надежности тяговой электрической аппаратуры. Показатели надежности при параллельном и комбинированном соединениях переключающих элементов. Принципы расчета на основе положений двузначной и £-значной алгебры. Пути повышения надежности тяговой аппаратуры ЭПС.

Надежность тяговых двигателей в условиях эксплуатации. Экспериментальные методы определения показателей надежности. Безотказность изоляционной системы обмоток. Обеспечение требуемого качества коммутации и уровня механической прочности деталей и узлов тяговых двигателей. Методы определения предпробивного напряжения изоляции обмоток тяговых двигателей. Оценка разброса электрической прочности изоляции обмоток. Зависимость интенсивности снижения электрической прочности изоляции обмоток тяговых двигателей ЭПС различного назначения от пробега. Влияние отстоя в холодном состоянии на работоспособность тяговых двигателей.

Методы оценки надежности коммутации тяговых двигателей. Влияние технологических и эксплуатационных допусков на параметры тяговых двигателей, на межламельное напряжение. Методы настройки надежной коммутации.

Особенности показателей надежности деталей и узлов тяговых двигателей как механических систем. Обмотка как резонатор. Результаты теоретических и экспериментальных исследований по повышению вибропрочности обмоток тяговых двигателей.

Надежность режимов электрического торможения. Опре деляющие факторы: условия эксплуатации, нагрузочные режимы, техническое состояние электровоза и действия локомотивных бригад. Стабильность характеристик электрического торможения электровозов. Параллельная работа тяговых двигателей как генераторов электрической энергии. Особенности обеспечения надежности режимов электрического торможения на дорогах однофазно-постоянного тока.

Надежность полупроводниковых систем регулирования работы электровозов. Условия работы полупроводниковых преобразователей электровозов. Электрические и механические нагрузки, действующие в эксплуатации. Причины отказов систем управления преобразователями.

Надежность механической части электровоза. Параметры и характеристики динамических нагрузок. Виды разрушения. Характеристика износа. Усталостная прочность. Эффективные методы восстановления узлов механической части. Определение вероятности безотказной работы деталей и узлов и их ресурса.

Влияние режимов нагружения и температуры окружающей среды на надежность узлов механической части ЭПС.

4. Основные направления и перспективы повышения надежности подвижного состава

Обеспечение надежности при производстве машин. Роль технологии в обеспечении машин. Контроль качества продукции. Обеспечение запаса прочности. Резервирование и его влияние на надежность технических изделий. Функциональная и техническая избыточность. Расчет надежности при нагруженном и ненагруженном резервировании. Обеспечение надежности при эксплуатации подвижного состава. Роль человеческого фактора в обеспечении надежности. система технического состояния и ремонта – основной способ поддержания работоспособного состояния и его восстановления после отказа. Технологические методы повышения износостойкости подвижного состава.

[1, гл. 4, с. 60–79]

Система сбора информации о надежности электровозов в эксплуатации. Требования к системе информации. Форма сбора и учета статистических данных. Методика статистической обработки данных. Программные средства обработки на ЭВМ. Методы анализа полученных результатов. Предложения по обеспечению надежности ЭПС в различных условиях эксплуатации.

Методы обеспечения надежности электровозов. Качество ремонта и технического обслуживания. Оценка влияния квалификации локомотивной бригады на надежность ЭПС. Обеспечение строгой технологической дисциплины. Механизация и автоматизация технологических процессов, стабилизация уровня качества ремонта, система бездефектного изготовления и ремонта ЭПС. Использование средств технической диагностики.

4.3. Лабораторный практикум

Номер раздела дисциплины	Лабораторная работа
1, 2	Определение вероятности безотказной работы электрической цепи
3, 4	Определение остаточного ресурса агрегата электровоза по результатам анализа наработки

5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Студенты VI курса выполняют контрольную работу по дисциплине «Надежность ЭПС» (задание с разъяснениями и контрольными вопросами).

Курсовая работа не предусмотрена.

Курсовой проект не предусмотрен.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Рекомендуемая литература

Основная

1. Четвергов В.А., Пузанков А.Д. Надежность локомотивов. — М.: Маршрут, 2003.

Дополнительная

1. Электроподвижной состав. Эксплуатация, надежность, ремонт / Под ред. А.Т. Головатого и П.И. Борцова. — М.: Транспорт, 1983.

2. Ускоренные испытания и прогнозирование надежности электрооборудования локомотивов / Под ред. И.П. Исаева. — М.: Транспорт, 1984.

3. Надежность тягового подвижного состава / Под ред. В.Г. Галкина. — М.: Транспорт, 1981.

4. Ридель Э. Э. Основы теории надежности электрического подвижного состава: Лекция. — М.: ВЗИИТ, 1989.

5. Галкин В.Г., Парамзин В.П., Четвергов В.А. Надежность тягового подвижного состава: Уч. пос. для вузов железнодорожного транспорта – М.: Транспорт, 1981.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины

Компьютерные программы, видеофильмы.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальная лаборатория кафедры.

ЗАДАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Надежность локомотива – свойство сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции при заданных режимах и условиях его использования, технического обслуживания, ремонтов и хранения.

Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с основными терминами и определениями надежности: работоспособное и исправное состояние, отказ и повреждение, внезапный и постепенный отказы, восстанавливаемое и невосстанавливаемое, ремонтируемое и неремонтируемое изделие, предельное состояние, наработка и продолжительность эксплуатации, ресурс, срок службы, безотказность, ремонтопригодность, долговечность, сохраняемость, надежность. Важно усвоить связь между вероятностью и статистической вероятностью события, средним значением и математическим ожиданием случайной величины. Необходимо также иметь представление о повышении надежности изделий путем структурного резервирования, об основном и резервном элементе, о кратности резерва, о дублировании, об общем резервировании и т.д.

Затем студент переходит к изучению способов расчета единичных и комплексных показателей надежности. В контрольной работе студент должен рассчитать показатели надежности для невосстанавливаемых объектов, а для восстанавливаемых — применительно к периоду эксплуатации до первого отказа, для трех из многих, используемых на практике показателей надежности: вероятность безотказной работы, среднюю наработку до отказа и интенсивность отказов. Указанные показатели достаточно широко используются для оценки безотказности, как на стадии проектирования и испытания объектов, так и при их эксплуатации. Умение рассчитывать эти показатели поможет студенту освоить расчеты других единичных и комплексных показателей надежности, а также сформировать понимание основных закономерностей изменения исправности и работоспособности локомотивов.

В контрольную работу включены задания с методическими указаниями и контрольными вопросами для лучшего усвоения выполненных работ и подготовки к зачету по курсу.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольную работу выполняют на листах писчей бумаги формата А4 или в отдельной тетради. На титульном листе отчета по контрольной работе указывают название университета, факультета, кафедры, название дисциплины, фамилию и инициалы студента, его учебный шифр, курс, адрес, фамилию и инициалы преподавателя, год выполнения работы. Список использованных источников приводят в конце работы в соответствии с ГОСТом.

Выполненную работу студент подписывает с указанием даты и высылает в университет для рецензирования. Все ошибки и неточности, допущенные в работе должны быть устранены на помещенных отдельных листах в соответствующих местах. При этом все замечания рецензента должны быть сохранены.

Контрольные работы, выполненные не по своему варианту и без соблюдения указанных выше требований, зачету не подлежат.

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Задание 1

В табл. 1 приведены значения наработок до отказа в находившейся под контролем партии одинаковых устройств.

Таблица 1

Значения наработки устройства до отказа и заданные значения t и T_0

Предпоследняя цифра учебного шифра	Массив значений наработки до отказа T, 1000 ч	Заданное значение t, 1000 ч	Значение T_0, 1000 ч
1	2	3	4
0	11, 9, 12, 16, 7, 8, 10, 11, 15, 8, 12, 14, 6, 10, 9, 10, 16, 11, 10, 13, 15, 11, 13, 12, 9, 11, 13, 12, 13, 11, 12, 8, 10, 13, 16, 8, 10, 7, 12, 14, 5, 16, 13, 13, 9, 6, 11, 9, 12, 14	12,5	4,5
1	14, 13, 16, 18, 14, 16, 15, 12, 14, 16, 15, 16, 14, 15, 11, 13, 18, 19, 11, 13, 10, 15, 17, 8, 19, 16, 16, 19, 9, 14, 12, 15, 17, 12, 14, 15, 19, 10, 11, 13, 14, 18, 11, 15, 17, 9, 13, 12, 13, 19	15,5	7,5
2	13, 12, 15, 17, 13, 15, 14, 11, 13, 15, 14, 15, 13, 14, 10, 12, 17, 18, 10, 12, 9, 14, 16, 7, 18, 15, 15, 11, 8, 13, 11, 14, 16, 11, 13, 14, 18, 9, 10, 12, 13, 17, 10, 14, 16, 8, 12, 11, 12, 18	14,5	6,5
3	12, 17, 9, 11, 8, 13, 15, 6, 17, 14, 14, 10, 7, 16, 10, 13, 15, 10, 12, 13, 17, 8, 9, 11, 12, 16, 9, 13, 15, 7, 11, 10, 11, 17, 12, 11, 14, 16, 12, 14, 13, 10, 12, 14, 13, 14, 12, 13, 9, 11	13,5	5,5
4	10, 15, 7, 9, 6, 11, 13, 4, 15, 12, 12, 8, 5, 14, 8, 11, 13, 8, 10, 11, 15, 6, 7, 9, 10, 14, 7, 11, 13, 5, 9, 8, 9, 15, 10, 9, 12, 14, 10, 12, 11, 8, 10, 12, 11, 12, 10, 11, 7, 9	11,5	3,5

Окончание табл. 1

5	5, 10, 6, 7, 2, 5, 5, 9, 4, 12, 1, 6, 8, 7, 4, 3, 11, 4, 6, 5, 7, 8, 3, 4, 6, 8, 7, 11, 6, 1, 5, 2, 7, 6, 9, 2, 5, 9, 4, 6, 8, 10, 5, 1, 7, 9, 3, 8, 1, 4	6,5	0,5
6	7, 7, 11, 14, 6, 3, 8, 10, 7, 12, 8, 9, 4, 9, 6, 5, 6, 13, 8, 7, 9, 10, 5, 6, 10, 9, 13, 8, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 4, 7, 11, 6, 8, 10, 12, 7, 3, 9, 11, 5, 10, 3, 6, 8	8,5	2,5
7	6, 9, 7, 2, 5, 13, 10, 6, 6, 3, 8, 7, 11, 8, 5, 4, 5, 12, 7, 6, 8, 9, 4, 5, 7, 9, 8, 12, 7, 2, 6, 3, 8, 7, 3, 10, 6, 10, 5, 7, 9, 11, 6, 2, 8, 10, 4, 9, 2, 5	7,5	1,5
8	9, 11, 12, 7, 8, 10, 12, 14, 12, 11, 6, 9, 8, 5, 10, 13, 7, 14, 5, 9, 14, 12, 16, 8, 13, 10, 11, 6, 9, 5, 10, 8, 10, 15, 11, 10, 8, 15, 7, 8, 11, 9, 12, 10, 5, 16, 8, 13, 9, 6	9,5	3,5
9	11, 12, 14, 12, 10, 8, 7, 12, 11, 9, 4, 11, 11, 12, 13, 15, 6, 10, 9, 12, 5, 8, 12, 7, 13, 9, 10, 5, 8, 8, 13, 15, 7, 4, 9, 11, 8, 10, 7, 6, 14, 7, 8, 9, 10, 11, 6, 7, 9, 10	11,5	4,5

Требуется определить статистические вероятности безотказной работы $P(t)$ и $Q(t)$ отказа устройства для заданного значения t (см.табл.1). Далее необходимо рассчитать значение вероятности безотказной работы $P^*(t)$ по первым 20 значениям наработки до отказа, указанным для соответствующего варианта в табл.1. Затем для заданной наработки t требуется рассчитать математическое ожидание числа работоспособных устройств $\overline{N}_p(t)$ при общем числе находившихся в эксплуатации устройств (см. табл. 2).

Таблица 2

Объем партии устройств и заданное значение *K*

Предпоследняя цифра учебного шифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Объем партии	100	1000	300	200	900	700	800	500	600	400
Значение *K*	6	2	5	3	6	4	3	5	2	4

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Наработка исследуемых устройств до отказа есть непрерывная случайная величина T. По результатам испытания (наблюдение в эксплуатации) партии из N устройств получена дискретная совокупность из N ее значений t_1, ...t_i, ...t_N (см.табл.1).

Статистическую вероятность безотказной работы устройства для наработки t определяют по формуле

$$P(t)=\frac{N_{\text{р}}(t)}{N}, \tag{1}$$

где $N_{\text{р}}(t)$ – число объектов, работоспособных на момент времени t (определяется из табл. 1 для значений T, превышающих t).

При выполнении расчетов следует обратить особое внимание на точность полученных результатов, так как они будут использованы в последующем.

Вероятность отказа устройств за наработку t статистически определяют как

$$Q(t)=\frac{N_{\text{нр}}(t)}{N}, \tag{2}$$

где $N_{\text{нр}}(t)$ – число объектов неработоспособных к наработке t (определяют из табл. 1 для значений T, меньше t).

Поскольку $N_{\text{р}}(t) + N_{\text{нр}}(t) = N$, то сумма вероятностей $P(t) + Q(t)$ используется для проверки правильности вычислений.

Оценку вероятности безотказной работы устройства по первым 20-ти значениям наработки до отказа обозначим через $P^*(t)$. Ее значение определяют по формуле (1), но при этом $N = 20$, а число работоспособных объектов $N_{\text{р}}(\text{t})$ выбирается из этой совокупности.

По условиям опыта, включающего 50 наблюдений, позволили определить вероятность безотказной работы устройства, т.е. $P(t) = 1 - F(t)$, где $F(t)$ – функция распределения случайной величины «наработка до отказа», определяющая вероятность события $T < t$ при $N \to \infty$.

Тогда с учетом формулы (1) математическое ожидание числа объектов $\bar{N}_{\text{р}}(t)$, работоспособных к наработке t определяется как

$$N_{\text{р}}(t) = P(t)N,$$

где N – объем партии устройств, определяемый по табл. 2.

Контрольный вопрос. Чем объясняется возможное различие значений $P(t)$ и $P^*(t)$?

Задание 2

Требуется рассчитать среднюю наработку до отказа $\bar{T}$ рассматриваемого устройства. Первоначально вычисления произвести непосредственно по выборочным значениям T, указанным в табл. 1, а затем с использованием статистического ряда.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для вычисления среднего значения $\bar{T}$ случайной величины T непосредственно по ее выборочным $t_1, t_2, ..., t_i, ... t_N$ используют формулу

$$T = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i. \tag{3}$$

Здесь N равно числу значений T (табл.1) для заданного варианта.

Приведенная формула не несет в себе методической ошибки, но расчеты с ее помощью обычно трудоемки и части приводят к неверным результатам в силу технических ошибок, во избежание которых расчеты желательно выполнить минимум дважды, вводя в калькулятор значения t_i первоначально с 1-го значения до N-го, а затем наоборот.

Для упрощения расчетов можно использовать преобразования результатов наблюдений (совокупности значений t_i) в статистический ряд. С этой целью весь диапазон наблюдаемых значений T делят на m интервалов или «разрядов» и подсчитывают число значений n_i приходящихся на каждый i-й разряд. Результаты такого подсчета удобно записывать в форме табл. 3.

Таблица 3

Преобразование значений наработки до отказа в статистический ряд

Интервал		Число попаданий на интервал	Статистические вероятности
Номер	нижняя и верхняя границы, 10^3 ч		
1	8,5÷11,5	𝍸 𝍸 𝍸 n_1=15	$q_1 = 0,15$
2	11,5÷14,5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 n_2=35	$q_2 = 0,35$
3	14,5÷17,5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 n_3=30	$q_3 = 0,30$
4	17,5÷20,5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 n_4=20	$q_4 = 0,20$

Для выполнения второй части задания примем $\Delta t = 3 \cdot 10^3$ ч, а $m = 4$. Для примера в табл. 3 указаны результаты систематизации в виде статистического ряда 100 значений случайной величины, распределенной на интервале [$8{,}5 \cdot 10^3$ ч ÷ $20{,}5 \cdot 10^3$ ч], для тех же условий, т.е. $\Delta t = 3 \cdot 10^3$ ч, а $m = 4$.

Заполняя табл. 3, последовательно просматриваем массив значений (t_i) и оцениваем к какому разряду относится каждое число. Принадлежность числа с определенному разряду отмечают чертой в соответствующей строке таблицы. Затем подсчитывают n_1, ..., n_i, ..., n_m – число попаданий значений случайной величины (число черточек) соответственно в 1-й, ..., i-й, ..., m-й разряд. Правильность подсчетов определяют, используя соотношение

$$\sum_{i=1}^{m} n_i = N.$$

Нижнюю границу интервала T_0 можно установить, пользуясь табл. 1. Статистический ряд отражают графически (рис. 1)

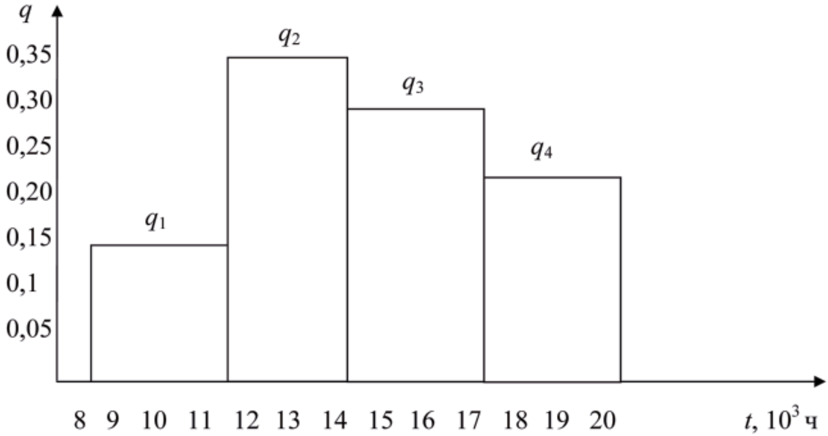

Рис. 1

С этой целью по оси абсцисс откладывают разряды и на каждом разряде строят прямоугольник, высота которого равна статистической вероятности попадания случайной величины на данный интервал. Здесь T_1, ..., T_i, ..., T_m соответственно верхние границы 1, ..., i, ..., m-го интервалов, определяемые принятыми значениями T_0 и Δt.

Статистическую вероятность q_i попадания случайной величины на i-й интервал рассчитывают по формуле

$$q_i = \frac{n_i}{N}.$$

После подсчетов значения q_i для всех разрядов проверяют правильность расчетов, используя выражение

$$\sum_{i=1}^{m} q_i = 1.$$

Для расчета среднего значения случайной величины принимают середину $\tilde{t}_i$ принадлежащей i-му интервалу. В этом случае наработка до отказа определяется

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^{m} \tilde{t} q_i. \qquad (4)$$

Ошибку в расчетах оценивают по формуле

$$\delta = \frac{\overline{T}(II) - \overline{T}(I)}{\overline{T}(I)} \cdot 100\%,$$

где $\overline{T}(I)$ и $\overline{T}(II)$ — средние значения, вычисленные соответственно с использованием формул (3) и (4).

Контрольный вопрос. Каким образом можно уменьшить ошибки в расчетах с использованием второго метода?

Задание 3

Требуется определить интенсивность отказов $\lambda(t)$ для заданных значений t и Δt.

Необходимо определить также среднюю наработку до отказа $\overline{T}_{\text{Б}}$ блока сложной технической системы исходя из предположения, что безотказность некоторого блока характеризуется интенсивностью отказов, численно равной рассчитанной, которая не меняется в течение всего срока службы локомотива.

На рис. 2 изображена подсистема управления, включающая в себя K последовательно соединенных блоков.

Блоки имеют одинаковую интенсивность отказов, численно равную рассчитанной. Необходимо определить интенсивность отказов подсистемы $\lambda_{\text{п}}$ и среднюю наработку до отказа $\overline{T}_{\text{П}}$, построить зависимости вероятности безотказной работы одного блока $P_{\text{Б}}(t)$ и подсистемы $P_{\text{П}}(t)$ от наработки и определить вероятности безотказной работы блока $P_{\text{Б}}(t)$ и подсистемы $P_{\text{П}}(t)$ к наработке $t = \overline{T}_{\text{П}}$. Значение K берем из табл. 2.

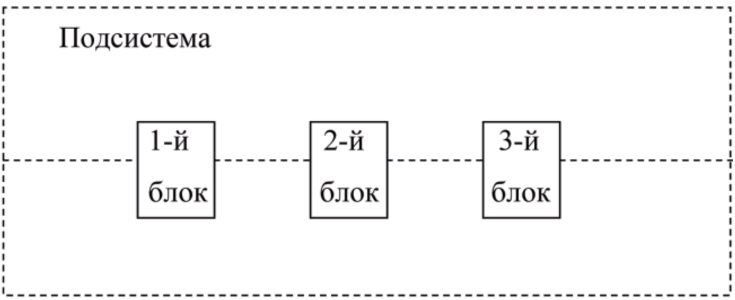

Рис. 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ определяется по формуле

$$\lambda(t) = \frac{q(t, \Delta t)}{P(t)\Delta t}, \tag{5}$$

где $q(t, \Delta t)$ – статистическая вероятность отказа устройства на интервале $[t_1 t + \Delta t]$ или иначе – статистическая вероятность попадания на указанный интервал случайной величины T;

$P(t)$ – рассчитанная на шаге 1 вероятность безотказной работы устройства (из табл. 1, а $\Delta t = 3 \cdot 10^3$ ч).

Если интенсивность отказов не меняется в течение всего срока службы объекта, т.е. $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, то наработка до отказа распределена по экспоненциальному (показательному) закону. В этом случае вероятность безотказной работы блока

$$P_{\text{Б}}(t) = e^{-\lambda t} = \exp(-\lambda t), \tag{6}$$

а средняя наработка блока до отказа находится как

$$\bar{T}_{\text{Б}} = \frac{1}{\lambda}. \tag{7}$$

При последовательном соединении K блоков интенсивность отказов образуемой ими подсистемы

$$\lambda_{\text{П}} = \sum_{i=1}^{K} \lambda_i. \tag{8}$$

Если интенсивности отказов всех блоков одинаковы, то интенсивность отказов подсистемы

$$\lambda_{\text{П}} = K\lambda, \tag{9}$$

а вероятность безотказной работы подсистемы

$$P_{\text{П}}(t) = \exp(-\lambda_{\text{П}} t) = \exp(-K\lambda t), \tag{10}$$

На основе (7) и (8) средняя наработка подсистемы до отказа находится как

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda_{\text{П}}} = \frac{1}{K\lambda}, \tag{11}$$

Для построения зависимостей $P_Б(t)$ и $P_П(t)$ используют калькулятор или данными таблицы (см. прил. 1), а для расчета значений $P_Б(t)$ и $P_П(t)$ интервал наработки t принимают $t = 400$ ч.

График строят на миллиметровой бумаге, установив максимальное значение $t = 5200$ ч, но при вычислении $P_П(t)$ расчеты можно прекратить, достигнув значения 0,05.

Для любого распределения наработки до отказа вероятность безотказной работы подсистемы, состоящей из K последовательно соединенных блоков, связана с вероятностями безотказной работы этих блоков следующим соотношением:

$$P_П(t) = \prod_{i=1}^{K} P_i(t). \qquad (12)$$

При равнонадежных блоках

$$P_П(t) = P_Б^*(t). \qquad (13)$$

Полученное значение по формуле (13) для $t = \bar{T}_П$ сравнивают со значением, рассчитанным по формуле (10).

Контрольный вопрос. В какой период эксплуатации – начальный или по мере приближения к предельному состоянию – интенсивность отказов объектов резко и неуклонно возрастает и почему?

Задание 4

Для наработки $t = \bar{T}_П$ требуется определить вероятность безотказной работы $P_с(\bar{T}_П)$ системы (рис. 3), состоящей из четырех подсистем, две из которых являются резервными

Расчет ведется в предположении, что отказы каждой из 4-х подсистем независимы, т.е. отказ каждой из подсистем не нарушает работоспособность других и наоборот.

Вероятности безотказной работы каждой подсистемы одинаковы и равны $P_П(\bar{T}_П)$. Тогда вероятность отказа одной системы

$$Q_П(\bar{T}_П) = 1 - P_П(\bar{T}_П). \qquad (14)$$

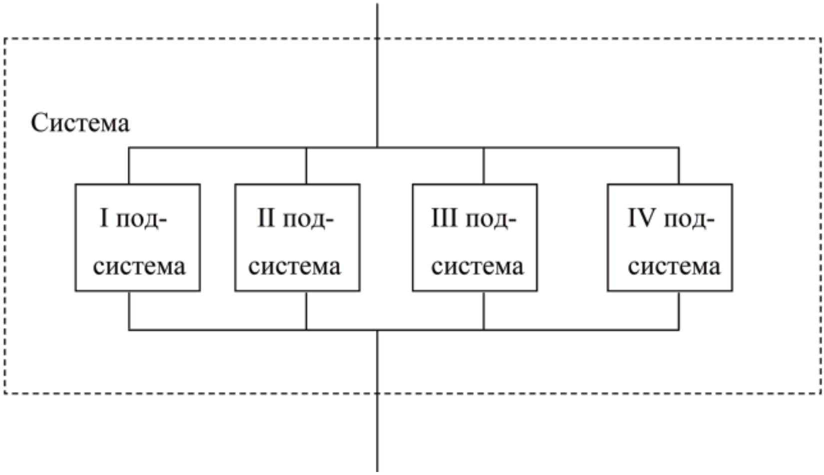

Рис. 3

Вероятность отказа всей системы $Q_{\text{с}}(\overline{T}_{\text{П}})$ определяется из условия, что отказали все подсистемы, т.е.

$$Q_{\text{с}}(\overline{T}_{\text{П}}) = Q_{\text{П}}(\overline{T}_{\text{П}})Q_{\text{П}}(\overline{T}_{\text{П}})Q_{\text{П}}(\overline{T}_{\text{П}})Q_{\text{П}}(\overline{T}_{\text{П}}) = Q_{\text{П}}^{4}(\overline{T}_{\text{П}})$$

или

$$P_{\text{с}}(\overline{T}_{\text{П}}) = 1-(1-P_{\text{П}}(\overline{T}_{\text{П}}))^{4}. \qquad (15)$$

Контрольный вопрос. Какие недостатки Вы видите в принятой схеме резервирования?

Задание 5

Используя найденный, с учетом принятых допущений, в задании 3 закон распределения времени безотказной работы блока, определите вероятность того, что случайная величина T (наработка блока до отказа) принадлежит интервалу $[t_i, t_j + \Delta t)$. Проанализируйте полученные результаты на предмет их соответствия рассчитанным в задании 2 аналогичным статистическим показателям. По результатам анализа сделайте заключение о вероятности Ваших допущений.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В ранее предложенном задании 3, преследовалась цель ознакомить Вас с одним из важнейших теоретических распределений случайных величин — показательным (экспоненциальным), и его применением для решения задач надежности. Однако сама возможность применения этого распределения, для приведенной в табл. 1 статистики, не рассматривалась. Просто, было сделано предположение о характере изменения одного из показателей надежности — интенсивности отказов, что и обосновывало эту возможность.

В данном задании предлагается косвенным образом (существуют специальные методики оценки истинности гипотез) оценить правомерность сделанных предположений. Для этого, используя принятое теоретическое распределение, следует рассчитать какой- либо показатель и сравнить его с аналогичным, но найденным по данным статистики. Значительное расхождение, между полученным значением и ранее найденным, будет указывать на ошибочность принятых допущений.

Предлагаемый к расчету показатель — вероятность попадания наработки до отказа T в интервал $[t_i, t_j + \Delta t)$, легко вычислить. Для этого надо определить теоретическую функцию распределения $F(t)$, а потом, воспользовавшись известными свойствами этой функции, найти искомый показатель в общем виде, записать расчетное выражение и результат вычислений. Далее, следует сравнить полученный результат с значением аналогичной величины, рассчитанным в задании 2 по данным статистики, и дать заключение о правильности сделанных допущений и правомерности применения экспоненциального закона.

По определению

$$F(t) = P\{T < t\}.$$

Следовательно,

$$F(t) = Q(t)).$$

т.е. $F(t)$ определяет значение вероятности отказа на интервале наработки $[Q, t)$.

Учитывая, что

$$P(t) + Q(t) = 1,$$

то

$$F(t) = Q(t) = 1 - P(t).$$

Так как для экспоненциального распределения вероятности безотказной работы

$$P(t) = P\{T \geq t\} = e^{-\lambda t},$$

находим, что

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Учитывая, принятое в задании 2, правило изменения индекса i, вероятность q_i попадания случайной величины T в интервал $[t_i, t_j + \Delta t)$ находим исходя из свойств функции распределения

$$q_i = P\{t_{i-1} \leq T < t_i\} = F(t_{i-1} + \Delta t) - F(t_{i-1}) =$$
$$= (1 - e^{-\lambda(t_{i-1} + \Delta t)}) - (1 - e^{-\lambda t_{i-1}}) = e^{-\lambda t_{i-1}} - e^{-\lambda(t_{i-1} + \Delta t)}.$$

Рассчитайте q_j для всех определенных в задании 2 интервалов изменения T и дополнительно:

$$q_0 = P\{0 \leq T < T_0\} \text{ и } q_5 = P\{T_4 \leq T < +\infty\}.$$

Результаты расчетов отразите графически.

Контрольный вопрос. Какие теоретические распределения, известные Вам, более подходят для описания заданной статистики наработки до отказа?

Задание 6

Требуется определить затраты, необходимые для повышения надежности системы путем использования x систем параллельно. Из задания 4 видно, что резервируя аппаратуру, можно достичь любой наперед заданной надежности системы. При этом стоимость системы возрастает и может достичь сколь угодно большой величины.

Установить затраты, необходимые на увеличение надежности системы от R^* до R_0 заданного сравнительно несложно. Допустим, что исходная система имеет стоимость C^*, тогда

$$(1 - R^*)^x = 1 - R_0, \tag{16}$$

или

$$x = \frac{\log\left(1 - R_0\right)}{\log\left(1 - R^*\right)}, \tag{17}$$

Поскольку $C(x) = xc^*$, то

$$\frac{C(x)}{C} = \frac{\log\left(1 - R_0\right)}{\log\left(1 - R^*\right)}. \tag{18}$$

В случае поэлементного резервирования предположим, что все элементы обладают равной надежностью и стоимостью. При этом каждый из n элементов исходной системы имеет надежность $\left(R^*\right)^{\frac{1}{n}}$. Для достижения заданной надежности R_0 необходимо, чтобы надежность каждой из n параллельных групп, содержащих по X элементов, составляла $\left(R\right)^{\frac{1}{n}}$. X численно равно отношению конечной стоимости и начальной, т.е.

$$x = \frac{C_0}{C} = \frac{\log\left(1 - R_0^{\frac{1}{n}}\right)}{\log\left(1 - R^{\frac{1}{n}}\right)}. \tag{19}$$

Когда элементы различаются по стоимости и надежности, возникает задача отыскания оптимального распределения резервных элементов, при котором максимальная достигается при минимальных затратах

$$\frac{C_0}{C} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{C_i}{C \log q_i}\right) \log\left(1 - R_0^{\alpha_i}\right) \tag{20}$$

где $\alpha_i = \dfrac{C_j / \log q_i}{\sum_i^n C_j / \log q_j'}$ — переменная, обеспечивающая равенство $R_i(x_i) = R_i = R^{\alpha I}$, а число $q_i = 1 - r_i$ параллельных элементов i-го типа

$$x_i = \frac{\log\left(1 - R^{\alpha_i}\right)}{\log q_i}. \tag{21}$$

Поскольку каждый элемент i-го типа имеет стоимость C_i, полная стоимость элементов данного типа составит x_i C_i, а всей системы, состоящей из элементов n типов

$$C_0 = \sum_{i=1}^{n} C_i x_i. \tag{22}$$

Таким образом, стоимость системы как функция кратности резервирования вычисляется по уравнению (20), а надежность системы составляет при этом

$$R_0 = \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i^{m_i}).$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В табл. 4 приведены исходные данные для расчетов.

Таблица 4

Номер варианта (по предпоследней цифре учебного шифра)	Надежность элементов системы, r_i	Стоимость элементов системы, C_i
0	0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9	1, 2, 3, 4, 5
1	0,6; 0,8; 0,8; 0,9; 0,9	2, 4, 6, 8, 10
2	0,8; 0,8; 0,7; 0,6; 0,95	4, 3, 6, 5, 4
3	0,85; 0,75; 0,55; 0,55; 0,8	2, 4, 5, 3, 6
4	0,52; 0,58; 0,62; 0,66; 0,68	1,5; 2,5; 2,0; 2,8; 3,0
5	0,75; 0,82; 0,85; 0,9; 0,95	3, 4, 5, 6, 7
6	0,8; 0,82; 0,84; 0,86; 0,88	4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0
7	0,7; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85	3,0; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5
8	0,79; 0,8; 0,92; 0,95; 0,98	4,0; 4,0; 5,0; 5,2; 6,0
9	0,55; 0,65; 0,75; 0,85; 0,95	1,5; 2,5; 3,5; 4,5; 5,5

Вероятность безотказной работы системы состояний из взаимнонезависимых систем можно представить в виде

$$R = \prod_{i=1}^{n} R_i, \tag{23}$$

где R_i – вероятность безотказной работы i-й подсистемы.

Исходная система состоит из n элементов, каждый из которых обладает определенной надежностью r_i и стоимостью C_i (см. табл. 4).

Требуется определить минимальную стоимость системы, при которой надежность составит 0,999.

На основании уравнения (23) запишем

$$R = \Pi r_i = r_1, r_2, \ldots, r_n. \tag{24}$$

Степень ненадежности системы определяют как $q_i = 1 - r_i$, затем определяют логарифм полученных чисел. После этого находят

$$x_i = \frac{\log\left(1 - R^*{}_i\right)}{\log q_i} = \frac{\log\left(1 - \left(1 - Q\right)_i{}^*\right)}{\log q_i}. \tag{25}$$

Или в связи с тем, что $Q << 1$, можно записать

$$x \approx \frac{\log \alpha_i Q}{\log q_i}. \tag{26}$$

Затем определяем стоимость каждого элемента:

$$\left.\begin{aligned} C_1^1 &= \frac{C_1}{\log q_1}; \\ C_2^1 &= \frac{C_2}{\log q_2}; \\ C_3^1 &= \frac{C_3}{\log q_3}; \\ C_4^1 &= \frac{C_4}{\log q_4}; \\ C_5^1 &= \frac{C_5}{\log q_5}. \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Общая стоимость элементов

$$C' = \sum C_i. \tag{28}$$

Теперь определяем значение переменной величины

$$\alpha_i = \frac{C_i'}{C'}. \tag{29}$$

Полная стоимость системы:

$$C_0 = \sum_{i=1}^{n} x_i C_i, \text{ а } \frac{C_0}{\sum C_i} = n. \tag{30}$$

Если известны статистические и стоимостные данные о каждом из n элементов системы, то становится очевидным, что надежность может быть увеличена оптимальным способом от R до 0,999 при m-кратном повышении стоимости.

Необходимо сравнить этот случай со случаем посистемного резервирования. Если исходное значение надежности R, то $Q = 1 - R$. Тогда для подсчета необходимого количества параллельных систем определяется по формуле

$$x = \frac{\log Q_0}{\log Q} = \frac{\log(1-0{,}999)}{\log Q}. \qquad (31)$$

Формула (31) показывает, что при посистемном резервировании можно достичь заданной надежности за счет увеличения стоимости в m раз.

Если неизвестна стоимость и надежность элементов, но известна стоимость и надежность системы, то, предполагая, что отдельные элементы характеризуются равной стоимостью и равной надежностью, можно определить

$$x = \frac{\log\left(1 - R_0^{\frac{1}{n}}\right)}{\log\left(1 - R^{\frac{1}{n}}\right)}. \qquad (32)$$

Сравнить результаты, полученные по формулам (32) и (30) и сделать вывод.

Задание 7

Необходимо определить зависимости математического ожидания (среднего значения) износа деталей $y(t)$ и дисперсии $D(y(t))$ от пробега (наработки) используя данные из табл. 5. Параметры искомых зависимостей следует рассчитать с использованием правила определения прямой, проходящей через две точки с известными координатами.

Таблица 5

Результаты обработки измерений износа деталей локомотивов

Расчетная величина	Предпоследняя цифра учебного шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Первое измерение									
Пробег t_1, тыс. км	50	25	75	80	40	60	90	30	65	20
Средний износ $\overline{y}_1$, мм	0,149	0,081	0,218	0,232	0,123	0,177	0,259	0,094	0,091	0,067
Дисперсия износа $D(y_1)$, мм^2	0,00098	0,0005	0,00147	0,00157	0,00079	0,00118	0,00176	0,0006	0,00128	0,0004
	Второе измерение									
Пробег t_2, тыс. км	150	125	175	180	140	160	190	130	165	120
Средний износ $\overline{y}_2$, мм	0,424	0,430	0,493	0,507	0,397	0,452	0,534	0,369	0,466	0,342
Дисперсия износа $D(y_2)$, мм^2	0,00292	0,00244	0,00341	0,00381	0,00273	0,00312	0,0037	0,0254	0,00322	0,00234

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

При выполнении задания исходят из предположения, что математическое ожидание и дисперсия износа деталей представляют собой линейные функции от пробега.

Зависимость износа y от пробега t представляет случайную функцию, реализация которой является монотонными убывающими функциями. Для описания случайной функции часто вполне достаточно знать, как меняются ее математическое ожидание и дисперсия $\overline{y}(t)$ и $D(y(t))$ от пробега. Для описания зависимости износа от пробега могут быть использованы линейные функции

$$\overline{y}(t) = \overline{y}_0 + at, \text{ мм}, \tag{33}$$

$$D(y(t)) = D(y_0 + bt), \text{ мм}, \tag{34}$$

где $\overline{y}_0$ – среднее значение износа деталей при $t = 0$;

$D(y_0)$ – дисперсия износа деталей при $t = 0$;

a – средняя скорость увеличения износа мм/тыс. км;

b – скорость увеличения дисперсии износа, мм^2/тыс. км;

t – пробег локомотива, тыс. км.

Искомыми параметрами функции (33) и (34) являются $\overline{y}_0$, a, $D(y_0)$ и b. На практике для их нахождения необходимо область возможных значений пробега (нижняя граница которой $t = 0$, а верхняя находится из условия достижения предельного значения износа) разбить на несколько (10–20) интервалов. При каждом из разделяемых этими интервалами пробегов t_1, t_2,...,t_i... производят измерение износа большого количества деталей и вычисляют соответствующие пробегам средние значения $\overline{y}_1, \overline{y}_2, \ldots, \overline{y}_i \ldots$, а затем дисперсию $D(y_1)$, $D(y_2)$,...,$D(y_i)$,... Используя метод зависимости квадратов, определяем искомые зависимости $\overline{y}(t)$ и $D(y(t))$ по имеющимся значениям t_i и y_i или t_i и $D(y_i)$.

Учитывая сложность задачи, предполагаем, что массивы данных износа для каждого t_i обработаны. Кроме того, считаем возможным определить искомые линейные зависимости, имея координаты двух точек. При таком существенном упрощении параметры *a* и *b* из уравнений (33) и (34) определяют по уравнениям:

$$a = \frac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{t_2 - t_1}; \tag{35}$$

$$b = \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t \ \ - t_1}. \tag{36}$$

Используя координаты любой из двух известных точек, находят два других параметра (например, для второй точки):

$$\overline{y}_0 = \overline{y}_2 - \frac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{t_2 - t_1} t_2, \tag{37}$$

$$D(y_0) = D(y_2) - \frac{D(y_2) - D(y_i)}{t_2 - t_1} t_2. \tag{38}$$

Значения последних четырех уравнений (35)–(38) подставим в уравнения (34) и (35), получим выражения, определяющие зависимости среднего износа деталей и дисперсии от пробега

$$\overline{y}(t) = \overline{y}_2 - \frac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{t_2 - t_1} + \frac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{t_2 - t_1} t; \tag{39}$$

$$D(y(t)) = D(y_2) - \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} + \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} t. \tag{40}$$

По уравнениям (33) и (34) проводят необходимые вычисления и записывают их с числовыми значениями параметров.

Контрольный вопрос. Могут ли исходные значения среднего износа деталей $\overline{y}_0$ и дисперсии износа $D(y_0)$, соответствующие $t = 0$, быть равными 0? Отрицательными числами?

Задание 8

Требуется рассчитать средние значения $\{\overline{y}(t_i)\}$, дисперсии $\{D(y(t_i))\}$ и средние квадратические отклонения $\{\sigma(y(t_i))\}$ проката при нескольких значениях пробега, пользуясь зависимостями, полученными на предыдущем шаге. Затем требуется для тех же значений пробега определить нижнюю $y(t_i)_{\min}$ и верхнюю $y(t_i)_{\max}$ границы практически возможных значений проката. Результаты расчета занести в таблицу и построить по ним линии, представляющие зависимость среднего проката бандажей от пробега, нижнюю и верхнюю границы практически возможных значений проката.

Таблица 6

Результаты расчета средних значений, дисперсий и среднеквадратических отклонений проката бандажей

Величина	Пробег, тыс. км							
	0	50	100	150	200	250	300	350
Средний прокат $\bar{y}(t)$, мм								
Дисперсия проката $D(y(t))$, мм^2								
Среднее квадратическое отклонение проката $\sigma(y(t))$, мм								
Утроенное значение $3\sigma(y(t))$, мм								
Нижняя граница $y(t_i)_{\min}$, мм								
Верхняя граница $y(t_i)_{\max}$, мм								

Предельное значение $y_{пр}$ проката бандажей колесных пар грузовых электровозов на практике – 7 мм, а для пассажирских электровозов на практике – 5 мм.

По табл. 7 находят заданную серию электровоза и пробег $T_{зад}$.

Таблица 7

Заданная серия электровоза и пробег

Последняя цифра учебного шифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Серия электровоза	ЧС2	ВЛ10	ЧС7	ВЛ80к	ЧС4	ВЛ85	ЧС4т	ВЛ80р	ЧС2т	ВЛ8
Заданный пробег $T_{зад}$, тыс. км	150	240	170	230	190	280	180	260	160	250

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Заполните таблицу, последовательно проводя вычисления по формулам, полученным при выполнении задания 5, для различных значений пробега электровоза. Расчет среднеквадратических отклонений проведите по формуле

$$\sigma(y_i) = \sqrt{D(y_i)},$$

где i – номер интервала в табл. 6.

Принятой модели процесса износа бандажа, определяемой выражениями (16) и (17), соответствует такое постепенное увеличение проката, при котором среднее значение и дисперсия приращения проката за некоторый интервал пробега Δt пропорциональны длине этого интервала и не зависят от достигнутого значения y. В таком случае вполне допустимо, основываясь на основных теоремах теории вероятностей, считать, что для любого t_i (пока $y < y_{пр}$) значения проката распределены по нормальному закону с плотностью распределения

$$f(y_i) = \frac{1}{\sigma(y_i)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\bar{y}_i)^2}{2\sigma^2(y_i)}}.$$

Сужение области определения функции $f(y_i)$ до интервала $[0,\ y_{пр}]$ практически не оказывает влияния на результаты расчетов.

Для нахождения области практически возможных значений случайной величины y_i, распределенной по нормальному закону, пользуются «правилом трех сигма». В соответствии с этим правилом для каждого пробега электровоза t_i верхняя и нижняя границы практически возможных значений проката бандажей находятся как

$$y(t_i)_{\substack{\max\\ \min}} = \bar{y}_i \pm 3\sigma(y_i). \tag{41}$$

Кривые, показывающие верхнюю и нижнюю границы практически возможных значений проката, определяются выражениями

$$y(t_i)_{\max} = \overline{y}_0 + at + 3\sqrt{D(y_0) + bt}, \qquad (42)$$

$$y(t_i)_{\min} = \overline{y}_0 + at - 3\sqrt{D(y_0) + bt}. \qquad (43)$$

Полученные зависимости иллюстрирует рис. 4.

Изображая на графиках кривую распределения, подразумевают, что оси $f(y_i)$ и $f(y)$ направлены перпендикулярно плоскости tOy.

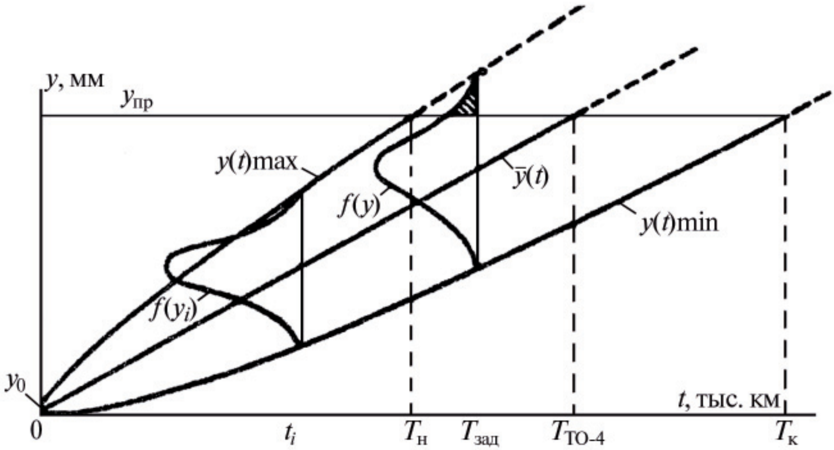

Рис. 4

По результатам расчетов, сведенным в табл.6, постройте график зависимости среднего проката бандажей от пробега (см. рис. 4). Проведите на графике прямую $y = y_{пр}$. Пользуясь данными табл. 5, постройте на этом же графике кривые, показывающие верхнюю и нижнюю границы практически возможных значений проката бандажей. Покажите на графике обе исходные точки $(t_1, \overline{y}_1)$, $(t_2, \overline{y}_2)$ и отметьте их координаты.

При построении графика рекомендуется использовать следующий масштаб: пробег – в 1 мм 1 тыс. км, прокат – в 1 мм 0,05 мм проката.

Контрольный вопрос. Имеет ли смысл при заданных условиях вычислять значения среднего проката и дисперсии проката для наработки t = 350 тыс. км и более?

Задание 9

Требуется рассчитать $\overline{T}_{TO-4}$ — средний пробег (наработку) до технического обслуживания ТО-4, а также наименьший $T_{н}$ и наибольший $T_{к}$ практически возможные пробеги до обточки бандажей колесных пар по прокату без выкатки из-под электровоза.

Далее необходимо рассчитать ψ – вероятность того, что к моменту заданного пробега $T_{зад}$ будет произведена обточка бандажей колесных пар без выкатки из-под электровоза.

При расчете вероятности воспользуйтесь графиком, приведенном на рис. 5 или таблицами значений нормальной функции распределения

$$\Phi^{*}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}r^{2}}\,dt,$$

приводимыми в приложениях к монографиям по теории вероятности.

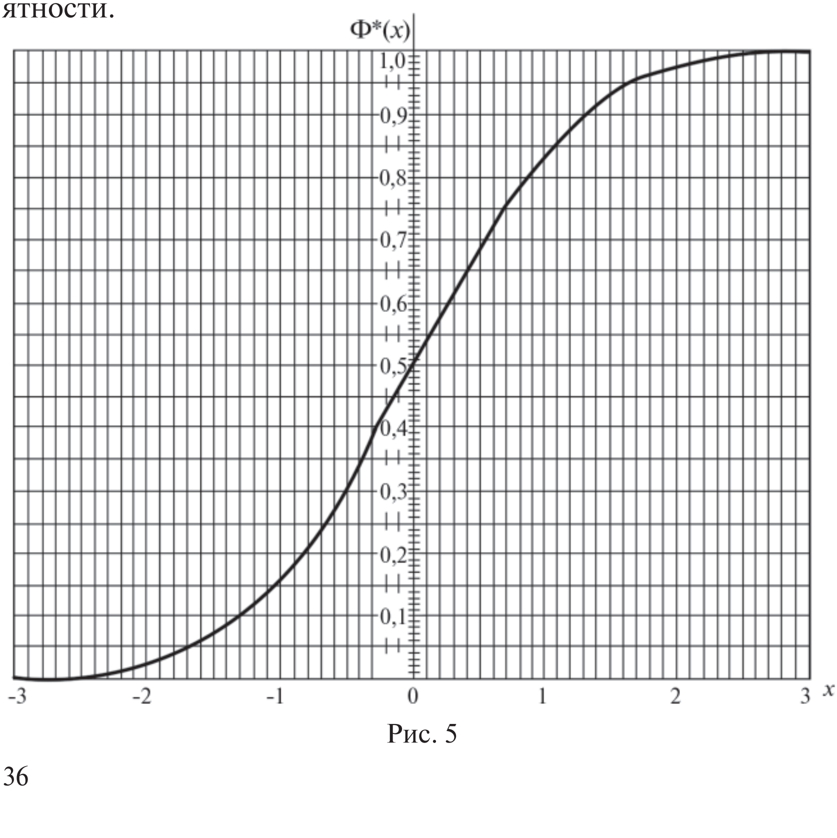

Рис. 5

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Техническое обслуживание ТО-4 представляет собой обточку бандажей колесных пар без выкатки из-под электровозов. Факторами, определяющими необходимость производства обточки бандажей колесных пар, могут быть увеличение проката до предельного значения, подрез гребней, появление ползунов или других дефектов на поверхности катания, необходимость уравнять диаметры бандажей колесных пар электровоза после смены одной какой-либо колесной пары и др. В данной работе будем считать, что основной причиной постановки электровоза на ТО-4 является увеличение проката бандажей, что вполне соответствует практике работы большинства депо.

При таком условии средний пробег до технического обслуживания ТО-4 можно рассчитать, подставив в выражение (14) значение $\overline{y}(t) = y_{\text{пр}}$:

$$\overline{T}_{\text{ТО-4}} = \frac{y_{\text{пр}} - \overline{y}_0}{a}.$$

Чтобы найти практически наименьший $T_{\text{н}}$, тыс. км, и наиболее поздний $T_{\text{к}}$, тыс. км, сроки производства ТО-4, необходимо подставить $y(t_{\max}) = y_{\text{пр}}$ соответственно в выражения (21) и (22). Проведя необходимые преобразования, находим:

$$T_{\text{н}} = \frac{9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a - \sqrt{\left(9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a\right)^2 - 4a^2\left(\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)^2 - 9D\left(y_0\right)\right)}}{2a^2},$$

$$T_{\text{н}} = \frac{9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a + \sqrt{\left(9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a\right)^2 - 4a^2\left(\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)^2 - 9D\left(y_0\right)\right)}}{2a^2}.$$

На рис. 4 плотность распределения проката при наработке, соответствующей заданному пробегу $T_{\text{зад}}$, обозначим как $f(y)$. Часть, лежащая выше $y_{\text{пр}}$, является мнимой, поскольку превышение предельного значения проката недопустимо. Заштрихованная площадь соответствует вероятности того, что к пробегу

$T_{\text{зад}}$ уже будет произведена обточка колесных пар. Эту вероятность находят как

$$\psi = 1 - F(y_{\text{пр}}),$$

где

$$F\left(y_{\text{пр}}\right) = \frac{1}{\sigma\left(y\right)\sqrt{2\pi}} \int_0^{y_{\text{пр}}} e^{-\frac{\left(y-\bar{y}\right)^2}{2\sigma^2\left(y\right)}} dy. \qquad (44)$$

Здесь $\bar{y}$ — среднее значение проката (рассчитывают путем подстановки $t = T_{\text{зад}}$ в выражение (16). Среднее квадратическое отклонение $\sigma(y)$ вычисляют путем подстановки $t = T_{\text{зад}}$ в выражение (15):

$$\sigma\left(y\right) = \sqrt{D\left(y_0\right) + bT_{\text{зад}}}.$$

Интеграл (23) не выражается через элементарные функции, поэтому для его вычисления пользуются таблицами нормальной функции распределения $\Phi^*(x)$. Эта функция характеризует распределение случайной величины X, у которой математическое ожидание равно нулю и $\sigma(x) = 1$.

Выразить функцию распределения (23) через нормальную функцию распределения можно с помощью выражения

$$F(y_{\text{пр}}) = \Phi^*(x),$$

где x находится в результате замены переменной как

$$x = \frac{y_{\text{пр}} - \bar{y}}{\sigma\left(y\right)}.$$

По рассчитанному значению x найдите по таблицам или с помощью графика (рис. 5) значение $\Phi^*(x)$ и далее ψ. Убедитесь, что в силу симметрии нормального распределения с математическим ожиданием, равным 0, относительно начала координат

$$\Phi^*(-x) = 1 - \Phi^*(x).$$

Контрольный вопрос. Чему равна вероятность обточки колесных пар по прокату к моменту $t = \bar{T}_{\text{ТМ-4}}$?

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	–	9900	9802	9704	9608	9512	9418	9324	9231	9139
0,1	0,	9048	8958	8869	8781	8694	8607	8521	8437	8353	8270
0,2	0,	8187	8106	8025	7945	7866	7708	7710	7634	7558	7483
0,3	0,	7408	7334	7261	7189	7118	7047	6977	6907	6839	6771
0,4	0,	6703	6636	6570	6505	6440	6376	6313	6250	6188	6126
0,5	0,	6065	6005	5945	5886	5827	5770	5712	5655	5599	5543
0,6	0,	5488	5433	5379	5326	5273	5220	5168	5117	5066	5016
0,7	0,	4966	4916	4867	4819	4771	4724	4677	4630	4584	4538
0,8	0,	4493	4449	4404	4360	4317	4274	4232	4189	4148	4107
0,9	0,	4066	4025	3985	3945	3906	3867	3829	3781	3753	3716
1,0	0,	3679	3642	3606	3570	3534	3499	3465	3430	3396	3362
1,1	0,	3329	3296	3263	3230	3198	3166	3135	3104	3073	3042
1,2	0,	3012	2982	2952	2923	2894	2865	2836	2808	2780	2753
1,3	0,	2725	2698	2671	2645	2618	2592	2567	2541	2516	2491
1,4	0,	2466	2441	2417	2393	2363	2346	2322	2299	2276	2254
1.5	0,	2231	2209	2187	2165	2144	2122	2101	2080	2060	2039
1,6	0,	2019	1999	1979	1959	1940	1920	1901	1882	1864	1845
1,7	0,	1827	1809	1791	1773	1735	1738	1720	1703	1686	1670
1,8	0,	1653	1636	1620	1604	1588	1572	1557	1541	1526	1511
1,9	0,	1496	1481	1466	1451	1437	1423	1409	1395	1381	1367
2,0	0,	1353	1340	1327	1313	1300	1287	1275	1262	1249	1237
2,1	0,	1225	1212	1200	1188	1107	1165	1153	1142	1130	1119
2,2	0,	1108	1097	1086	1075	1065	1954	1043	1033	1023	1013
2,3	0,	1003	0993	0983	0973	0963	0954	0944	0935	0926	0916
2,4	0,0	9072	8981	8892	8804	8716	8269	8544	8458	8374	8291
2,5	0,0	8208	8127	8046	7966	7887	7808	7730	7654	7577	7502
2,6	0,0	7427	7354	7280	7208	7136	7065	6995	6925	6856	6788
2,7	0,0	6721	6654	6587	6522	6457	6393	6329	6266	6204	6142
2,8	0,0	6081	6020	5961	5901	5843	5784	5727	5670	5614	5588
2,9	0,0	5502	5448	5393	5340	5287	5234	5182	5130	5079	5029
3,0	0,0	4979	2929	4880	4842	4784	4736	4689	4642	4596	4550

В таблице приведены значения функции экспоненты от 0,00 до 3,09. С целью сокращения объема таблицы приведены только цифры дробной части после нуля целых или нуля десятых. Например:

$\exp(-0{,}05) = 0{,}9512$;

$\exp(-2{,}53) = 0{,}07966$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Примеры к некоторым разделам задания

Раздел 1

Исходные данные:

Массив значений наработки до отказа T в тыс. км: 13; 12; 15; 17; 13; 15; 14; 11; 13; 15; 14; 15; 13;14; 10; 12; 17; 18; 10; 12; 9; 14; 16; 7; 18; 15; 15; 1; 8; 13; 11; 14; 16; 11; 13; 14; 18; 9; 10; 12; 13; 17; 10; 14; 16; 8; 12; 11; 12; 18.

Заданное значение t в тыс. ч: 14,5;

Значение T_0 в тыс. ч.: 6,5;

Объем партии: 300;

Значение k: 5.

Выбираем из заданного массива значений наработки до отказа значения, превышающие заданное значение $t = 14{,}5 \cdot 10^3$ ч и значения меньшие заданного $t = 14{,}5 \cdot 10^3$ ч и определяем их количество:

$$N_{р}(t) = 16;$$

$$N_{нр}(t) = 34.$$

Определяем статистическую вероятность безотказной работы устройства и вероятность отказа устройства за наработку $t = 14{,}5 \cdot 10^3$ ч:

$P(t) = N_{р}(t)/N = 16/50 = 0{,}32;$

$Q(t) = N_{нр}(t)/N = 34/50 = 0{,}68.$

Выбираем из заданного массива значений наработки до отказа первые 20 значений и определяем из этой совокупности количество устройств, работоспособных на момент времени $t = 14{,}5 \cdot 10^3$ ч:

$$N^*_{р}(t) = 7.$$

Проводим оценку вероятности безотказной работы устройства по первым 20-ти значениям наработки до отказа:

$$P^*(t) = N^*_{р}(t)/N_{20} = 7/20 = 0{,}35.$$

Рассчитываем математическое ожидание количества устройств $\bar{N}_{\text{р}}(t)$, работоспособных к наработке $t = 14{,}514{,}5 \cdot 10^3$ ч из партии устройств объемом $N = 300$:

$$\bar{N}_{\text{р}}\left(t\right) = P(t)N = 0{,}32 \cdot 300 = 96.$$

По данному разделу предусмотрен контрольный вопрос, самостоятельный ответ по которому будет обсуждаться при зачете.

Раздел 2

Вычисление среднего значения $\bar{T}$ непосредственно по выборочным значениям проводим по формуле

$$\bar{T}\left(I\right) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{1}{50}(7 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 11 \cdot 5 + 12 \cdot 6 +$$

$$+ 13 \cdot 7 + 14 \cdot 7 + 15 \cdot 6 + 16 \cdot 3 + 17 \cdot 3 + 18 \cdot 4) = 13{,}16 \cdot 10^3 \text{ тыс. ч.}$$

Для преобразования результатов наблюдения в статистический ряд весь диапазон наблюдаемых значений T делим на $m = 4$ интервала, принимая длину всех разрядов $\Delta t = 3 \cdot 10^3$ ч, и подсчитываем число значений n_i, приходящихся на каждый интервал. Результаты такого подсчета сводим в табл. 1.

Таблица 1

Преобразование значений наработки до отказа в статистический ряд

Интервал		Число попаданий на интервал, n	Статистическая вероятность q_i
№ п/п	Нижняя и верхняя границы, 10^3 ч		
1	6,5÷9,5	5	0,1
2	9,5÷12,5	15	0,3
3	12,5÷15,5	20	0,4
4	15,5÷18,5	10	0,2

Статистическую вероятность q_i подсчитываем по формуле

$$q_i = n_i / N.$$

Проверяем правильность расчетов:

$$\sum_{i=1}^{m} q_i = 0,1 + 0,3 + 0,4 + 0,2 = 1.$$

Рассчитываем среднюю наработку до отказа с использованием статистического ряда

$$\overline{T}(II) = \sum_{i=1}^{m} \tilde{t}_i q_i = 8 \cdot 0,1 + 11 \cdot 0,3 + 14 \cdot 0,4 + 17 \cdot 0,2 = 13,1 \cdot 10^3 \text{ тыс. ч},$$

где $\tilde{t}_i$ – значение середины первого интервала.

Изображаем статистический ряд графически (рис. П1).

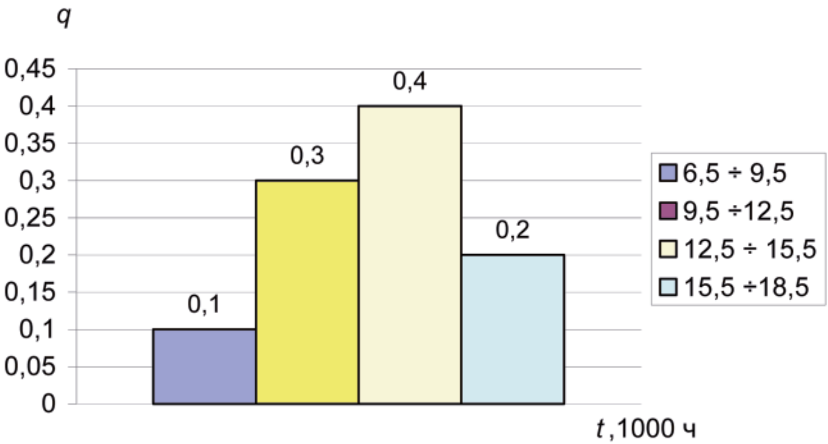

Рис. П1. Статистически ряд

Оцениваем ошибку определения значения средней наработки до отказа с использованием статистического ряда:

$$\delta = \frac{\overline{T}(II) - \overline{T}(I)}{\overline{T}(I)} \cdot 100\,\% = \frac{13,1 - 13,16}{13,16} \cdot 100 = -0,456\,\%.$$

По данному разделу предусмотрен контрольный вопрос, самостоятельный ответ по которому будет обсуждаться при зачете.

Раздел 3

Определяем интенсивность отказов $\lambda(t)$ для заданных значений t и Δt:

$$\lambda(t) = \frac{q(t, \Delta t)}{P(t)\Delta t} = \frac{0,24}{0,32 \cdot 3 \cdot 10^3} = 0,00025 \text{ ч}^{-1},$$

здесь $q(t, \Delta t)$ – статистическая вероятность отказа устройства на интервале $[t, t + \Delta t]$ или иначе – статистическая вероятность попадания на указанный интервал случайной величины T. Величину $q(t, \Delta t)$ определяем, подсчитывая число устройств из заданного массива, потерявших работоспособность на интервале [14,5; 17,5]:

$$q(t, \Delta t) = 12/50 = 0,24;$$

$P(t) = 0,32$ – рассчитанная в задании 1 вероятность безотказной работы устройства.

Если интенсивность отказов не меняется в течение всего срока службы устройства, то средняя наработка устройства до отказа

$$\bar{T}_{\text{Б}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,00025} = 4000 \text{ ч.}$$

Если подсистема состоит из k последовательно соединенных блоков, интенсивности отказов которых одинаковы, то интенсивность отказов подсистемы

$$\lambda_{\text{п}} = k\lambda = 5 \cdot 0,00025 = 0,00125 \text{ ч}^{-1}.$$

Средняя наработка подсистемы до отказа

$$\bar{T}_{\text{п}} = \frac{1}{\lambda_{\text{п}}} = \frac{1}{0,00125} = 800 \text{ ч.}$$

Так как интенсивность отказов не меняется в течение всего срока службы устройства, то наработка устройства и подсистемы распределена по экспоненциальному закону (показательному) закону:

$$P_{\text{Б}}(\text{t}) = \exp(-\lambda_{\text{Б}}t); \quad P_{\text{п}}(t) = \exp(-\lambda_{\text{п}}t).$$

Для построения зависимостей $P_{\text{Б}}(t)$ и $P_{\text{п}}(t)$ принимаем интервал наработки t равным 400 ч и, устанавливая максимальное значение $t = 5200$ ч, рассчитываем значения $P_{\text{Б}}(t)$ и $P_{\text{п}}(t)$ для различных значений времени наработки. Результаты расчета сводим в табл. 2.

Таблица 2

Расчет значений $P_{\text{Б}}(t)$ и $P_{\text{п}}(t)$ в зависимости от времени наработки до отказа

t, ч	0	400	800	1200	1600	2000	2400	2800	3200	3600	4000	4400	4800	5200
$P_{\text{Б}}(t)$	1	0,905	0,819	0,741	0,670	0,607	0,549	0,497	0,449	0,407	0,368	0,333	0,301	0,273
$P_{\text{п}}(t)$	1	0,607	0,368	0,223	0,135	0,082	0,050	0,030	0,018	0,011	0,007	0,004	0,002	0,001

По данным табл. 2 строим графики зависимостей $P_{\text{Б}}(t)$ и $P_{\text{п}}(t)$ в зависимости от времени наработки до отказа (рис. 2).

Рассчитываем значение $P_{\text{Б}}(t)$ и значение $P_{\text{п}}(t)$ по различным формулам для значения $t = \overline{T}_{\text{п}} = 800$ ч и сравниваем их:

$$P_{\text{Б}}(\overline{T}_{\text{п}}) = \exp(-\lambda_{\text{Б}}\overline{T}_{\text{п}}) = \exp(-0{,}00025 \cdot 800) = 0{,}8187;$$

$$P_{\text{п}}(\overline{T}_{\text{п}}) = \exp(-\lambda_{\text{п}}\overline{T}_{\text{п}}) = \exp(-0{,}00125 \cdot 800) = 0{,}3679;$$

$$P_{\text{п}}(\overline{T}_{\text{п}}) = [P_{\text{Б}}(\overline{T}_{\text{п}})]^{k} = 0{,}81875 = 0{,}3679.$$

По данному разделу предусмотрен контрольный вопрос, самостоятельный ответ по которому будет обсуждаться при зачете.

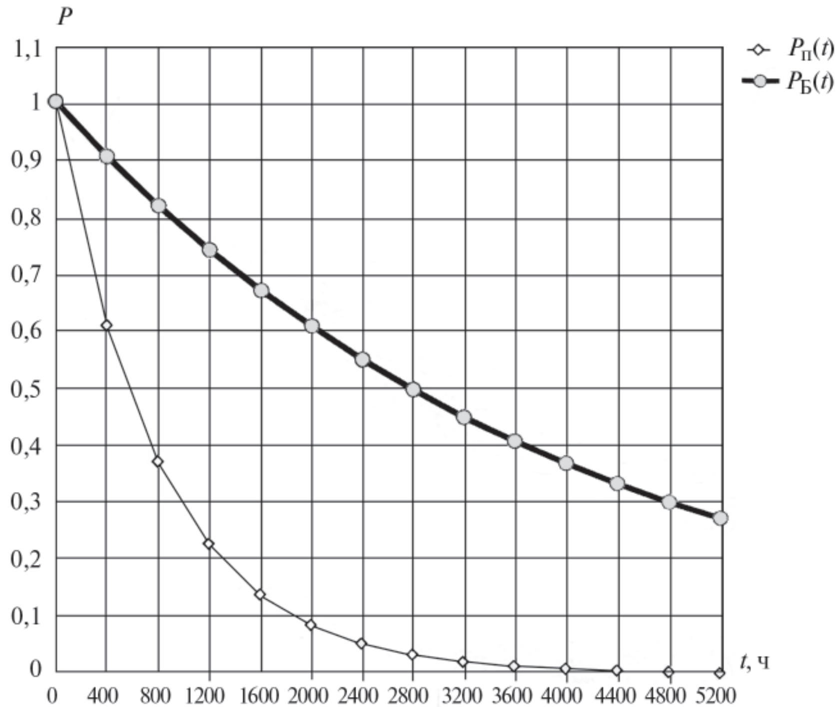

Рис. П2. Зависимости вероятности безотказной работы одного блока $P_Б(t)$ и $P_п(t)$ от наработки

Раздел 4

Так как отказы каждой из двух подсистем независимы, т.е. отказ первой подсистемы не нарушает работоспособность второй, и наоборот, то вероятность отказа всей системы определяется из условия, что отказали одновременно обе системы, т.е.

$$Q_с(\bar{T}_п) = Q_п(\bar{T}_п) \cdot Q_п(\bar{T}_п) = Q_п^2(\bar{T}_п).$$

Отсюда вероятность безотказной работы системы

$$P_с(\bar{T}_п) = 1 - Q_п^2(\bar{T}_п) = 1 - [1 - P_п(\bar{T}_п)]^2 = 1 - [1 - 0,3679]^2 = 0,6.$$

По данному разделу предусмотрен контрольный вопрос, самостоятельный ответ по которому будет обсуждаться при зачете.

Раздел 5

Рассчитываем q_i для всех определенных в задании 2 интервалов изменения наработки до отказа T:

$$q_1 = e^{-\lambda t_0} - e^{-\lambda(t_0+\Delta t)} = e^{-0,00025\cdot 6500} - e^{-0,00025\cdot 9500} = 0,1039;$$

$$q_2 = e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda(t_1+\Delta t)} = e^{-0,00025\cdot 9500} - e^{-0,00025\cdot 12500} = 0,0491;$$

$$q_3 = e^{-\lambda t_2} - e^{-\lambda(t_2+\Delta t)} = e^{-0,00025\cdot 12500} - e^{-0,00025\cdot 15500} = 0,0232;$$

$$q_4 = e^{-\lambda t_3} - e^{-\lambda(t_3+\Delta t)} = e^{-0,00025\cdot 15500} - e^{-0,00025\cdot 18500} = 0,01095.$$

Рассчитываем дополнительно значения q_0 и q_5:

$$q_0 = P\{0 \le T \le T_0\} = 1 - e^{-\lambda t_0} = 1 - e^{-0,00025\cdot 6500} = 0,803;$$

$$q_5 = P\{T_4 \le T \le +\infty\} = e^{-\lambda t_4} = e^{-0,00025\cdot 18500} = 0,0098.$$

Изображаем результаты расчетов графически (рис. П3).

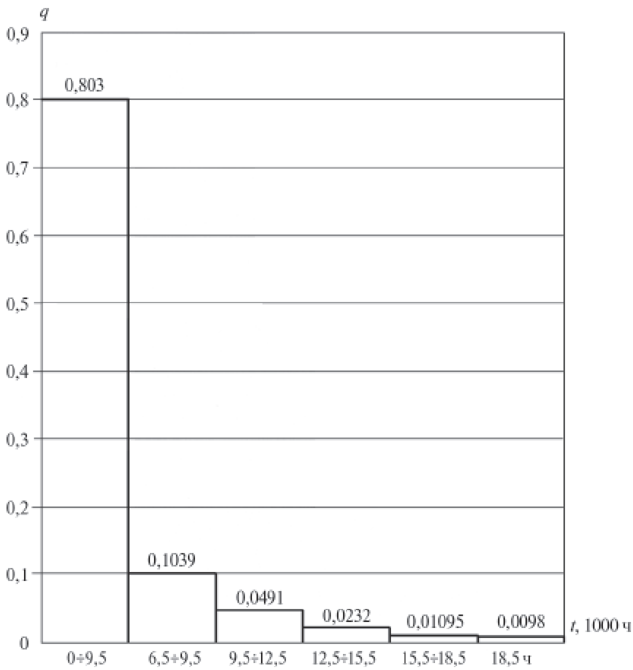

Рис. П3. Значения Q_i для соответствующих интервалов

Из сравнения рис. П1 и П3 видно, что закон распределения времени безотказной работы, принятый в задании 3, не соответствует фактическому закону распределения времени безотказной работы, т.е. вероятность принятых в задании 3 допущений практически равна нулю.

По данному разделу предусмотрен контрольный вопрос, самостоятельный ответ по которому будет обсуждаться при зачете.

Раздел 6

При выполнении данного раздела следует использовать рекомендации методических указаний (стр. 25).

Раздел 7

Данные из табл. 5 [с. 30]:

Первое измерение:

пробег $t_1 = 80$ тыс. км;

средний прокат $\overline{y}_1 = 2{,}32$ мм;

дисперсия проката $D(y_1) = 0{,}157$ мм^2.

Второе измерение:

пробег $t_2 = 180$ тыс. км;

средний прокат $\overline{y}_2 = 5{,}07$ мм;

дисперсия проката $D(y_2) = 0{,}351$ мм^2.

Определяем параметры a и b линейных функций, описывающих зависимости проката от пробега электровоза:

$$a = \frac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{t_2 - t_1} = \frac{5{,}07 - 2{,}32}{180 - 80} = 0{,}0275 \text{ мм/тыс. км},$$

$$b = \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} = \frac{0{,}351 - 0{,}157}{180 - 80} = 0{,}00194 \text{ мм}^2\text{/тыс. км}.$$

Рассчитываем среднее значение и дисперсию проката бандажей при $t = 0$:

$$\overline{y}_0=\overline{y}_2-\frac{\overline{y}_2-\overline{y}_1}{t_2-t_1}t_2=5{,}07-\frac{5{,}07-2{,}32}{180-80}\cdot 180=0{,}12\text{ мм};$$

$$D\left(y_0\right)=D\left(y_2\right)-\frac{D\left(y_2\right)-D\left(y_1\right)}{t_2-t_1}t_2=$$

$$=0{,}351-\frac{0{,}351-0{,}157}{180-80}\cdot 180=0{,}0018\text{ мм}^2/\text{тыс. км}.$$

Подставляя значения в уравнения, описывающие зависимости проката от пробега получаем:

$$\overline{y}\left(t\right)=0{,}12+0{,}0275t,\ (\text{в мм});$$

$$D(y(t)) = 0{,}0018 + 0{,}00194t,\ (\text{в мм}^2).$$

По данному разделу предусмотрен контрольный вопрос, самостоятельный ответ по которому будет обсуждаться при зачете.

Раздел 8

По табл. 7 (см. с. 33) находим:
заданная серия электровоза – ВЛ10;
заданный пробег $T_{зад}$ = 240 тыс. км.

По формулам, полученным в задании 6, рассчитываем значения среднего проката и дисперсии проката для различных значений пробега электровоза. Расчёт среднеквадратических отклонений проводим по формуле

$$\sigma\left(y_i\right)=\sqrt{D\left(y_i\right)},$$

где i – номер интервала.

Верхнюю и нижнюю границы практически возможных значений проката бандажей находим по формулам:

$$y(t_i)_{\max} = \overline{y}_i + 3\sigma(y_i),$$

$$y(t_i)_{\min} = \overline{y}_i - 3\sigma(y_i).$$

Результаты расчета сводим в табл. 3.

Таблица 3

Результаты расчета средних значений, дисперсий и среднеквадратических отклонений проката бандажей

Величина	Пробег, тыс. км							
	0	50	100	150	200	250	300	350
Средний прокат $\bar{y}(t)$, мм	0,12	1,495	2,87	4,245	5,62	6,995	8,370	9,745
Дисперсия проката $D(y(t))$, мм^2	0,0018	0,099	0,196	0,293	0,389	0,487	0,584	0,681
Среднеквадратическое отклонение проката $\sigma(y(t))$, мм	0,042	0,314	0,442	0,541	0,624	0,697	0,764	0,825
Утроенное значение $3\sigma(y(t))$, мм	0,127	0,943	1,327	1,623	1,873	2,093	2,292	2,475
Нижняя граница $y(t_i)_{\min}$, мм	–0,007	0,552	1,543	2,622	3,747	4,902	6,078	7,27
Верхняя граница $y(t_i)_{\max}$, мм	0,247	2,438	4,197	5,868	7,493	9,088	10,66	12,22

По данным табл. 3 строим график зависимости среднего проката бандажей от пробега и кривые, показывающие верхнюю и нижнюю границы практически возможных значений проката (рис. П4). Также на рис. П4 проводим прямую $y_{пр} = 7$ мм и отмечаем исходные точки $(t_1; y_1)$ и $(t_2; y_2)$.

По данному разделу предусмотрен контрольный вопрос, самостоятельный ответ по которому будет обсуждаться при зачете.

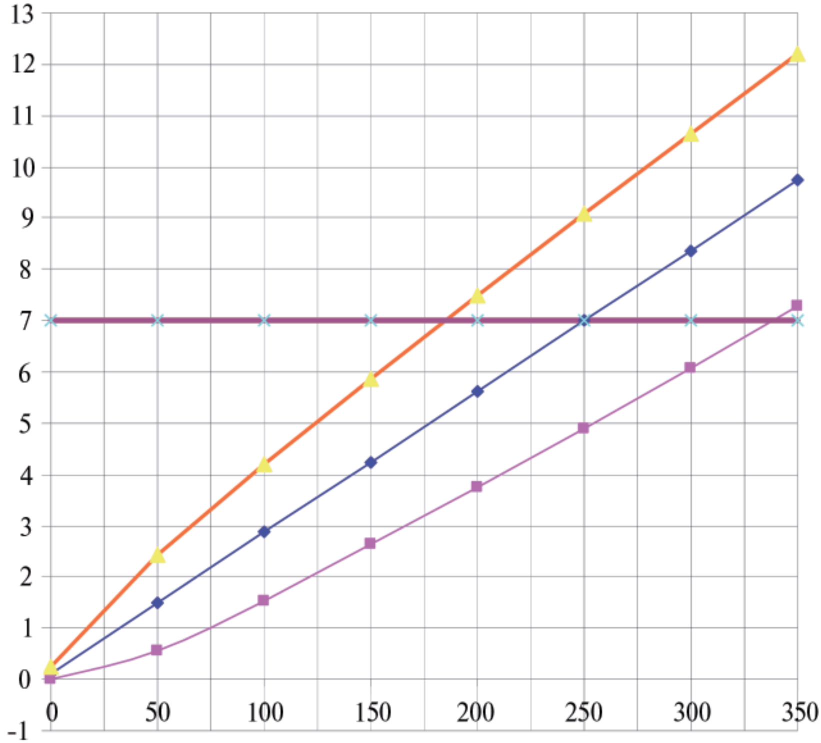

Рис. П4. Зависимость среднего проката бандажей от пробега, нижняя и верхняя границы практически возможных значений проката

Раздел 9

Средний пробег до технического обслуживания ТО-4 рассчитываем по формуле (см. с. 37):

$$\overline{T}_{\text{ТО-4}} = \frac{y_{\text{пр}} - \overline{y}_0}{a} = \frac{7 - 0{,}12}{0{,}0275} = 250{,}2 \text{ тыс. км.}$$

Рассчитываем практически наименьший $T_{\text{н}}$ и наиболее поздний $T_{\text{к}}$ сроки производства ТО-4 по формулам (см. с. 37):

$$T_{\text{н}} = \frac{9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a - \sqrt{\left(9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a\right)^2 - 4a^2\left(\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)^2 - 9D\left(y_0\right)\right)}}{2a^2} =$$

$$= \frac{9\cdot 0{,}00194 + 2\left(7-0{,}12\right)\cdot 0{,}0275 - \sqrt{\left(9\cdot 0{,}00194 + 2\left(7-0{,}12\right)0{,}0275\right)^2 -}}{2\cdot 0{,}0275^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-4\cdot 0{,}0275^2\left(\left(7-0{,}12\right)^2 - 9\cdot 0{,}0018\right)}{2\cdot 0{,}0275^2} = 184{,}7 \text{ тыс. км};$$

$$T_{\text{к}} = \frac{9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a + \sqrt{\left(9b + 2\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)a\right)^2 - 4a^2\left(\left(y_{\text{пр}} - \overline{y}_0\right)^2 - 9D\left(y_0\right)\right)}}{2a^2} =$$

$$= \frac{9\cdot 0{,}00194 + 2\left(7-0{,}12\right)\cdot 0{,}0275 + \sqrt{\left(9\cdot 0{,}00194 + 2\left(7-0{,}12\right)0{,}0275\right)^2 -}}{2\cdot 0{,}0275^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-4\cdot 0{,}0275^2\left(\left(7-0{,}12\right)^2 - 9\cdot 0{,}0018\right)}{2\cdot 0{,}0275^2} = 338{,}7 \text{ тыс. км}.$$

Вероятность того, что к заданному пробегу $T_{\text{зад}}$ = 240 тыс. км будет произведена обточка бандажей колесных пар без выкатки из-под электровоза, находим по формуле [1, с. 33]:

$$\psi = 1 - \mathrm{F}(\mathrm{y}_{\text{пр}}) = 1 - \Phi^*(\mathrm{x}) = 1 - 0{,}65 = 0{,}35,$$

где $\Phi^*(x)$ – нормальная функция распределения; где x находится в результате замены переменной как

$$x = \frac{y_{\text{пр}} - \overline{y}}{\sigma\left(y\right)} = \frac{7 - 6{,}72}{0{,}6837} \approx 0{,}41,$$

здесь $\overline{y} = 0{,}12 + 0{,}0275T_{\text{зад}} = 0{,}12 + 0{,}0275\cdot 240 = 6{,}72$ мм – среднее значение проката при пробеге $T_{\text{зад}}$ = 240 тыс. км;

$$\sigma\left(y\right) = \sqrt{D\left(y_0\right) + bT_{\text{зад}}} = \sqrt{0{,}0018 + 0{,}00194\cdot 240} = 0{,}6837 \text{ мм} \;-$$

среднее квадратическое отклонение значения проката при пробеге $T_{\text{зад}}$ = 240 тыс. км.

По значению $x = 0{,}41$ по графику на рис. 5 (см. с. 36) находим значение нормальной функции распределения и убеждаемся, что в силу симметрии нормального распределения с математическим ожиданием равным 0, относительно начала координат имеет место:

$$\Phi^*(x) = \Phi^*(0{,}41) = 0{,}65; \quad \Phi^*(-x) = 1 - \Phi^*(x).$$

Контрольный вопрос. Чему равна вероятность обточки колесных пар по прокату к моменту $t = \overline{T}_{TO-4}$?

Ответ. Вероятность обточки колесных пар по прокату к моменту $t = \overline{T}_{\text{ТО-4}} = 250$ тыс. км равна 0,5, так как к этому моменту среднее значение проката равно предельному и, следовательно, $x = 0$, а значение нормальной функции распределения при $x = 0$ равно 0,5.

НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРОПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Рабочая программа
и задание на контрольную работу
с методическими указаниями

Редактор *В.И. Чучева*
Компьютерная верстка *О.А. Денисова*

Тип. зак.	Изд. зак. 94	Тираж 600 экз.
Подписано в печать 25.05.09	Гарнитура NewtonC	Офсет
Усл. печ. л. 3,5		Формат $60\times90_{1/16}$

Издательский центр
Информационно-методического управления РОАТ,
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

Участок оперативной печати
Информационно-методического управления РОАТ,
125993, Москва, Часовая ул., 22/2